



UPPSALA
UNIVERSITET

UPTEC W 21043

Examensarbete 30 hp
Juli 2021

Analys av osäkerheter vid hydraulisk modellering av torrfårer

Simon Ene

REFERAT

Analys av osäkerheter vid hydraulisk modellering av torrfåror

Simon Ene

Hydraulisk modellering är ett viktigt verktyg vid utvärdering av lämpliga åtgärder för torrfåror. Modelleringen påverkas dock alltid av osäkerheter och om dessa är stora kan en modells simuleringsresultat bli opålitligt. Det kan därför vara viktigt att presentera dess simuleringsresultat tillsammans med osäkerheter. Denna studie utreder olika typer av osäkerheter som kan påverka hydrauliska modellers simuleringsresultat. Dessutom utförs känslighetsanalyser där en andel av osäkerheten i simuleringsresultatet tillskrivs de olika inmatningsvariablerna som beaktas. De parametrar som ingår i analysen är upplösningen i använd terrängmodell, upplösning i den hydrauliska modellens beräkningsnät, inflöde till modellen och råheten genom Mannings tal. Studieobjektet som behandlades i denna studie var en torrfåra som ligger nedströms Sandforsdammen i Skellefteälven och programvaran TELEMAC-MASCARET nyttjades för samtliga hydrauliska simuleringar i denna studie.

För att analysera osäkerheter kopplade till upplösning i en terrängmodell och ett beräkningsnät användes ett kvalitativt tillvägagångsätt. Ett antal simuleringar utfördes där alla parametrar förutom de kopplade till upplösning fixerades. Simuleringsresultaten illustrerades sedan genom profil, sektioner, enskilda raster och raster som visade differensen mellan olika simuleringar. Resultaten för analysen visade att en låg upplösning i terrängmodeller och beräkningsnät kan medföra osäkerheter lokalt där det är högre vattenhastigheter och där det finns stor variation i geometrin. Några signifikanta effekter kunde dock inte skönjas på större skala.

Separat gjordes kvantitativa osäkerhets- och känslighetsanalyser för vattendjup och vattenhastighet i torrfåran. Inmatningsparametrarna inflöde till modellen och råhet genom Mannings tal ansågs medföra störst påverkan och övriga parametrar fixerades således. Genom script skapade i programmeringsspråket Python tillsammans med biblioteket OpenTURNS upprättades ett stort urval av möjliga kombinationer för storlek på inflöde och Mannings tal. Alla kombinationer som skapades antogs till fullo täcka upp för den totala osäkerheten i inmatningsparametrarna. Genom att använda urvalet för simulering kunde osäkerheten i simuleringsresultaten också beskrivas. Osäkerhetsanalyser utfördes både genom klassisk beräkning av statistiska moment och genom Polynomial Chaos Expansion. En känslighetsanalys följde sedan där Polynomial Chaos Expansion användes för att beräkna Sobols känslighetsindex för inflödet och Mannings tal i varje kontrollpunkt. Den kvantitativa osäkerhetsanalysen visade att det fanns relativt stora osäkerheter för både vattendjupet och vattenhastighet vid behandlat studieobjekt. Flödet bidrog med störst påverkan på osäkerheten medan Mannings tals påverkan var insignifikant i jämförelse, bortsett från ett område i modellen där dess påverkan ökade markant.

Nyckelord: Hydraulisk modellering, Osäkerhetsanalys, Känslighetsanalys, Polynomial Chaos Expansion, Quasi Monte Carlo, OpenTURNS, TELEMAC-MASCARET

*Institutionen för geovetenskaper; Luft-, vatten- och landskapslära, Uppsala universitet
Geocentrum, Villavägen 16, SE-75236 Uppsala, Sverige.
ISSN 1401-5765*

ABSTRACT

Analysis of uncertainties for hydraulic modelling of dry river stretches

Simon Ene

Hydraulic modelling is an important tool when measures for dry river stretches are assessed. The modelling is however always affected by uncertainties and if these are big the simulation results from the models could become unreliable. It may therefore be important to present its simulation results together with the uncertainties. This study addresses various types of uncertainties that may affect the simulation results from hydraulic models. In addition, sensitivity analysis is conducted where a proportion of the uncertainty in the simulation result is attributed to the various input variables that are included. The parameters included in the analysis are terrain model resolution, hydraulic model mesh resolution, inflow to the model and Manning's roughness coefficient. The object studied in this paper was a dry river stretch located downstream of Sandforsdammen in the river of Skellefteälven, Sweden. The software TELEMAC-MASCARET was used to perform all hydraulic simulations for this thesis.

To analyze the uncertainties related to the resolution for the terrain model and the mesh a qualitative approach was used. Several simulations were run where all parameters except those linked to the resolution were fixed. The simulation results were illustrated through individual rasters, profiles, sections and rasters that showed the differences between different simulations. The results of the analysis showed that a low resolution for terrain models and meshes can lead to uncertainties locally where there are higher water velocities and where there are big variations in the geometry. However, no significant effects could be discerned on a larger scale.

Separately, quantitative uncertainty and sensitivity analyzes were performed for the simulation results, water depth and water velocity for the dry river stretch. The input parameters that were assumed to have the biggest impact were the inflow to the model and Manning's roughness coefficient. Other model input parameters were fixed. Through scripts created in the programming language Python together with the library OpenTURNS, a large sample of possible combinations for the size of inflow and Manning's roughness coefficient was created. All combinations were assumed to fully cover the uncertainty of the input parameters. After using the sample for simulation, the uncertainty of the simulation results could also be described. Uncertainty analyses were conducted through both classical calculation of statistical moments and through Polynomial Chaos Expansion. A sensitivity analysis was then conducted through Polynomial Chaos Expansion where Sobol's sensitivity indices were calculated for the inflow and Manning's M at each control point. The analysis showed that there were relatively large uncertainties for both the water depth and the water velocity. The inflow had the greatest impact on the uncertainties while Manning's M was insignificant in comparison, apart from one area in the model where its impact increased.

Key words: Hydraulic modeling, Uncertainty analysis, Sensitivity Analysis, Polynomial Chaos Expansion, Quasi Monte Carlo, OpenTURNS, TELEMAC-MASCARET

*Department of Earth Sciences; Air, Water and Landscape Sciences, Uppsala university
Geocentrum, Villavägen 16, SE 752 36 Uppsala, Sweden.
ISSN 1401-5765*

FÖRORD

Det här examensarbetet utgör det sista momentet på Civilingenjörsprogrammet i Miljö- och Vattenteknik vid Uppsala universitet och Sveriges lantbruksuniversitet. Examensarbetet utfördes för Sweco Energy & Industry, Vattenkraft & Dammar med handledning från Maja Coghlan och Pierre-Louis Ligier. Ämnesgranskare för examensarbetet var Anders Andersson, biträdande professor på Luleå tekniska universitet, Institutionen för teknikvetenskap och matematik, Strömningslära.

Jag vill rikta min tacksamhet till mina handledare Maja Coghlan och Pierre-Louis Ligier som inte bara hjälpt mig under arbetets gång, men som också förberett mig för arbete inom strömningsteknik. Jag vill tacka min ämnesgranskare som har varit både flexibel och hjälpsam. Jag vill också tacka Stefan Engblom, professor i Beräkningsvetenskap vid Uppsala universitet och Bruno Sudret, Professor i Risk, Säkerhet och Osäkerhetskvantifiering vid ETH Zürich, som svarat på frågor kopplat till sina områden. Jag vill också tacka PDC Paralleldatorcentrum vid Kungliga Tekniska Högskolan, för att ge tillgång till datorresurser som användes inom examensarbetet.

Slutligen vill jag tacka min älskade sambo Tove Nordling som har varit extremt tålmodig med mig under hela arbetets gång och som dessutom hjälpt till med korrekturläsning.

Uppsala, juni 2021

Simon Ene

Copyright © Simon Ene och Institutionen för geovetenskaper,

Luft- vatten- och landskapslära, Uppsala universitet.

UPTEC W 21043, ISSN 1401-5765

Publicerad digitalt vid Institutionen för geovetenskaper, Uppsala universitet, Uppsala, 2021.

POPULÄRVETENSKAPLIG SAMMANFATTNING

Analys av osäkerheter vid hydraulisk modellering av torrfårar

Simon Ene

Vattenkraft är en förnybar energikälla som på många sätt är viktig för oss. Det är en stor källa för energi både globalt och i Sverige men har länge varit och är fortfarande ett omdiskuterat ämne. Detta för att den inte bara för med sig det goda i att det är en energikälla som kan konkurrera med och ersätta fossila energikällor, utan också att den bidrar med problem som påverkan av biologisk mångfald. Bland annat påverkas vandrande fisk som, på grund av att vattenkraftverken kontrollerar hur mycket vatten som släpps ut till älvarna, kan få det svårt att ta sig fram längs vattendragen. För att kunna behålla vattenkraften som energikälla är det därför viktigt att genomföra effektiva miljöåtgärder som påverkar elsystemet så lite som möjligt.

Sveriges regering har nyligen tagit beslut om att ompröva en stor del av den svenska vattenkraften och dess miljövillkor. Syftet är att omprövningarna ska leda till både största möjliga nytta för vattenmiljön i kombination med en nationell effektiv tillgång till vattenkraftsel. Behovet av att genomföra relevanta miljöåtgärder för att förbättra ekologin och stärka biologiska värden i reglerade vattensystem är därmed högaktuellt.

Många åtgärder kan tänkas vara aktuella och en av dessa som pekats ut som viktig är miljöanpassad drift och vattenutsläpp i torrfårar vid vattenkraftverk, vilka är de områden nedströms ett vattenkraftverk där flödet är reglerat. Att göra driften miljöanpassad innebär att mängden vatten som släpps förbi vattenkraftverken regleras på ett sätt som bäst tillgodoser behoven för den biologiska mångfald som finns i vattendragen. För att kunna utföra lämpliga åtgärder som denna är det viktigt att information om hur vattnet rör sig tas fram. Vattenflöde, vattendjup och vattenhastighet samt hur vattnet breder ut sig är exempel på sådan information som kan vara viktig för att en analys av nyttan för vattenmiljön ska kunna göras.

För att ta fram information om vattnets framfart har flödesmodellering de senaste åren blivit ett prominent verktyg. Genom att använda expertis inom området och ta nytta av information relaterat till den plats som är av intresse kan flödesmodeller upprättas för att simulera vattnets framfart. En simulering av ett vattendrag genom en flödesmodell kan dock aldrig spegla verkligheten perfekt. Anledningen till det är att det alltid kommer att finnas vissa osäkerheter i den data som modellen bygger på men också från de antaganden som görs i samband med skapandet av modellen.

Syftet med denna studie är att skapa större förståelse kring hydraulisk modellering av torrfårar och i synnerhet de val som görs vid skapandet av modellen. Detta avses åstadkommas genom analysering av en hydraulisk modells osäkerheter samt dess ingångsparametrars känsligheter. Studieobjektet som analyseras är en bit av den torrfåra som ligger nedströms Sandforsdammen i Skellefteälven. Botten längs vattendragets sträcka är varierande vilket skapar goda förutsättningar för analyser. Genom erhållna data och en hel del bearbetning skapades en hydraulisk modell som kunde genomföra simuleringar för olika scenarier.

Två olika metoder valdes för att utföra osäkerhets- och känslighetsanalyser. Genom den ena metoden som användes analyserades påverkan på simuleringsresultat från upplösning i terrängmodeller och den hydrauliska modellens upplösning. Terrängmodeller är uppbyggda av en

stor mängd punkter med koordinater som beskriver hela markens utseende i tre dimensioner. Upplösningen för dessa punkter är med andra ord hur tätt dessa ligger varandra vilket också speglar hur väl markens variationer beskrivs. Den hydrauliska modellen använder terrängmodellen som underlag, men har också en egen upplösning som bestämmer hur ofta beräkningar för flödet ska göras. Genom att upprätta en mängd simuleringar med olika upplösningar av både terrängmodellen och den hydrauliska modellen kunde osäkerheter kopplade till dessa att analyseras genom att visuellt undersöka skillnader på skapade kartor. Använd upplösningen för både terrängmodellen och den hydrauliska modellen visar sig spela stor roll för att tillförlitligt beskriva lokala variationer för både vattendjup och vattenhastighet. Påverkan är dock begränsad om man ser till hela modellen. För det fall som behandlas i denna studie rekommenderas upplösningar som är högre än 0,5 m ifall stor noggrannhet i simuleringsresultat önskas i områden där geometrin varierar mycket. Osäkerheter som modellupplösningar för med sig kommer dock vara olika för varje enskilt fall. Extra försiktighet bör vidtas när vattenhastigheter i vattendraget är höga och ifall det finns stor variation i geometrin.

Den andra metoden som denna studie behandlar bottnar i sannolikhetslära och en stor mängd tillämpad matematik. De parametrar som ansågs bidra med störst påverkan på osäkerheten var flödet in till den hydrauliska modellen och underlagets friktion som påverkade vattnets framfart. Likt metoden som behandlar upplösning tar denna även fram resultat baserat på gjorda simuleringar. Antalet simuleringar uppgick till 1024, där olika kombinationer av tänkbara flöden och friktioner testades. Genom resultaten som var olika för varje simulering kunde generell information om vattendjupets och vattenhastighetens variation på olika platser i området erhållas. Både vattendjupet och vattenhastigheten i torråran visade sig vara tyngda av relativt stora osäkerheter. En känslighetsanalys gjordes också för att ge kunskap om hur stor andel av den hydrauliska modellens osäkerhet som inflödet respektive friktionen stod för. För detta studieobjekt visade det sig att inflödet överlag hade betydligt större påverkan. Endast i en av de platser i området som undersöktes visade friktionen ha en relativt stor påverkan och detta var endast med avseende på vattenhastigheten. Den stora osäkerheten som inflödet stod för belyser hur viktigt parametern är för att också erhålla tillförlitliga resultat vid simulering.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | INLEDNING..... | 1 |
| 1.1 | PROBLEMFÖRMULERING..... | 2 |
| 1.2 | SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNINGAR..... | 2 |
| 1.3 | FOKUS OCH AVGRÄNSNINGAR..... | 2 |
| 2 | BAKGRUND OCH TEORI..... | 4 |
| 2.1 | HYDRAULISKA BERÄKNINGSMODELLER..... | 5 |
| 2.1.1 | Hydraulik..... | 5 |
| 2.1.2 | Hydraulisk modellering..... | 6 |
| 2.1.3 | Hydrauliska modellens skapande och validering..... | 8 |
| 2.1.3.1 | Topografi och batymetri..... | 8 |
| 2.1.3.2 | Hydrologiska data och randvillkor..... | 8 |
| 2.1.3.3 | Energiförluster och flödesmotstånd..... | 9 |
| 2.1.3.4 | Turbulensmodeller..... | 11 |
| 2.1.3.5 | Fördämningsfunktion..... | 12 |
| 2.1.3.6 | Tidssteg..... | 13 |
| 2.1.3.7 | Kalibrering..... | 13 |
| 2.1.3.8 | Froudes tal..... | 14 |
| 2.2 | DEN ALLMÄNNA MODELLEN..... | 14 |
| 2.2.1 | Slumpmässiga inmatningsvariabler..... | 15 |
| 2.2.2 | Slumpmässiga inmatningsvektorer..... | 17 |
| 2.2.3 | Kvantifiering av inmatningsvariablers osäkerhet..... | 17 |
| 2.3 | OSÄKERHETERS FORTPLANTNING..... | 17 |
| 2.3.1 | Responsvariationsmetoder (Monte Carlo-Simulering)..... | 18 |
| 2.3.1.1 | Urval genom Monte Carlo..... | 18 |
| 2.3.1.2 | Urval genom Latin Hypercube Sampling..... | 19 |
| 2.3.1.3 | Urval genom Quasi Monte Carlo..... | 19 |
| 2.3.1.4 | Modellresponsens variation..... | 20 |
| 2.3.2 | Spektralmetoder..... | 20 |
| 2.3.2.1 | Surrogatmodeller..... | 20 |
| 2.3.2.2 | Polynomial Chaos Expansion..... | 21 |
| 2.4 | KÄNSLIGHETSANALYS..... | 23 |
| 2.4.1 | Kategorisering av känslighetsanalysmetoder..... | 23 |
| 2.4.1.1 | Lokal och global känslighetsanalys..... | 23 |
| 2.4.1.2 | Kvantitativ och kvalitativ känslighetsanalys..... | 24 |
| 2.4.1.3 | All-At-a-Time (AAT) och One-At-a-Time (OAT)..... | 24 |
| 2.4.1.4 | Känslighetsanalysers olika syften..... | 25 |
| 2.4.2 | Känslighetsanalysers tillvägagångsätt..... | 26 |
| 2.4.3 | Variansbaserade metoder..... | 27 |
| 2.4.3.1 | Sobols känslighetsindex..... | 28 |
| 2.4.3.2 | Polynomial Chaos Expansion (PCE)..... | 29 |
| 2.5 | ARBETETS ANALYSOMRÅDE: TORRFÅROR..... | 29 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3 | MATERIAL OCH METOD | 31 |
| 3.1 | OMRÅDESBESKRIVNING | 31 |
| 3.2 | DEN HYDRAULISKA MODELLEN | 34 |
| 3.2.1 | Topografi och batymetri | 34 |
| 3.2.1.1 | Bearbetning av punktmoln | 34 |
| 3.2.1.2 | Beräkningsnät..... | 35 |
| 3.2.2 | Hydrologiska data och randvillkor | 37 |
| 3.2.3 | Råhet..... | 38 |
| 3.2.4 | Simuleringsförberedelse | 39 |
| 3.2.4.1 | Simuleringstid | 39 |
| 3.2.4.2 | Tidssteget | 39 |
| 3.2.4.3 | Turbulensmodell..... | 39 |
| 3.2.4.4 | Testsimuleringar..... | 40 |
| 3.3 | OSÄKERHETER M.A.P. MODELLUPPLÖSNINGAR..... | 40 |
| 3.3.1 | Beräkningsnätets upplösning..... | 40 |
| 3.3.2 | Terrängmodellens upplösning | 41 |
| 3.3.3 | Kvalitativ osäkerhets- och känslighetsanalys..... | 41 |
| 3.4 | OSÄKERHETER M.A.P. INFLÖDE OCH RÅHET | 42 |
| 3.4.1 | Inmatningsvariabler | 42 |
| 3.4.1.1 | Flöde..... | 42 |
| 3.4.1.2 | Mannings tal..... | 42 |
| 3.4.2 | Urvalsprocess | 43 |
| 3.4.2.1 | Quasi Monte Carlo | 43 |
| 3.4.3 | Batch-simulering | 44 |
| 3.4.4 | Simuleringsresultat | 45 |
| 3.4.5 | Osäkerhetsanalys | 46 |
| 3.4.5.1 | Modellresponsens variation..... | 46 |
| 3.4.5.2 | Polynomial Chaos Expansion..... | 46 |
| 3.4.6 | Känslighetsanalys | 47 |
| 4 | RESULTAT | 48 |
| 4.1 | SIMULERINGSRESULTAT | 48 |
| 4.2 | OSÄKERHETER M.A.P. MODELLUPPLÖSNINGAR..... | 54 |
| 4.2.1 | Beräkningsnätets upplösning..... | 54 |
| 4.2.2 | Terrängmodellens upplösning | 62 |
| 4.3 | OSÄKERHETER M.A.P. INFLÖDE OCH RÅHET | 68 |
| 4.3.1 | Osäkerhetsanalys | 68 |
| 4.3.1.1 | Modellresponsens variation..... | 68 |
| 4.3.1.2 | Polynomial Chaos Expansion..... | 70 |
| 4.3.2 | Känslighetsanalys | 71 |
| 4.3.2.1 | Kvalitativ känslighetsanalys..... | 71 |
| 4.3.2.2 | Sobols känslighetsindex genom Polynomial Chaos Expansion | 73 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 5 | DISKUSSION | 76 |
| 5.1 | SIMULERINGSRESULTAT | 76 |
| 5.2 | OSÄKERHETER M.A.P. MODELLUPPLÖSNINGAR..... | 77 |
| 5.3 | OSÄKERHETER M.A.P. INFLÖDE OCH RÅHET | 79 |
| 5.3.1 | Osäkerhetsanalys | 79 |
| 5.3.1.1 | Modellresponsens variation..... | 79 |
| 5.3.1.2 | Polynomial Chaos Expansion..... | 80 |
| 5.3.2 | Känslighetsanalys | 80 |
| 5.4 | FORTSATTAS STUDIER | 82 |
| 6 | SLUTSATSER | 83 |
| 7 | REFERENSER | 84 |
| | APPENDIX A - SEKTIONER | 89 |

1 INLEDNING

Vattenkraft är en förnybar energikälla som på många sätt är viktig för oss. Den har varit den ledande källan av förnybar energi och år 2016 stod vattenkraften för hela 71% av elproduktionen globalt (Moran et al. 2018). I Sverige står vattenkraften enligt Statistiska Centralbyrån (2021) för 39% av den totala energiproduktionen och är fördelat mellan drygt 2 000 vattenkraftverk där majoriteten av produktionen sker i Norrland (Energiföretagen Sverige 2020).

I media har vattenkraftens fördelar och nackdelar diskuterats flitigt under lång tid. Och ena sidan är vattenkraften en s.k. grön och förnybar energikälla som kan ersätta fossila energikällor. Vattenkraften skonar även miljön från utsläpp av försurande ämnen (Energiföretagen Sverige 2021). Dessutom är den betydligt mer praktisk att lagrad jämfört med andra förnybara energikällor. Och andra sidan är dess påverkan på ekosystemet och arter i områdena ofta stor (Söderström et al. 2020). Störst fokus den senaste tiden har legat vid vattenkraftens påverkan på fiskars naturliga vandringsvägar (Energiföretagen Sverige 2021). Detta för att vattenkraftsanläggningarna fragmenterar vattendragen och påverkar således den biologiska mångfalden både uppströms och nedströms (Sveriges Regering 2018). För att minska påverkan är det viktigt att använda bästa tillgängliga teknik och att genomföra de mest effektiva miljöåtgärderna till minsta möjliga påverkan på elsystemet. Enligt Svenskt näringsliv (2019) kommer elanvändningen fortsätta stiga vilket gör det viktigt att säkerställa en robust elproduktion för att möta framtida behov i samhället.

Både vattenkraftens viktiga roll som förnybar energikälla och arbetet med att reducera dess miljöpåverkan lyfts fram av både Sveriges regering och EU-kommissionen (Sveriges Regering 2018; European Commission 2021). Den 25 juni 2020 tog den svenska regeringen beslut om den nationella planen för omprövningar av svensk vattenkraft (Havs- och vattenmyndigheten 2020). Syftet är att omprövningarna av vattenkraftens miljövillkor ska leda till både största möjliga nytta för vattenmiljön och en nationell effektiv tillgång till vattenkraftsel (Söderström et al. 2020).

Behovet av att genomföra relevanta miljöåtgärder för att förbättra ekologin och stärka biologiska värden i reglerade vattensystem är därmed högaktuellt. Samtidigt behöver avvägningar ske mellan miljöåtgärdernas förväntade effekt, kostnader, praktiska förutsättningar och behov av energiproduktion (Söderström et al. 2020). Det finns många åtgärder som kan tänkas vara aktuella men i synnerhet har två viktiga områden pekats ut (ibid.):

- Miljöanpassad drift samt spilltappning i torrfåror vid vattenkraftverk.
- Fiskvägar vid vattenkraftverken så att fisken kan vandra.

I denna studie kommer problematik kopplat till torrfåror att undersökas närmare. För att genomföra effektiva åtgärder är det viktigt att det tas fram information om vattentransporten. För att kunna värdera vilken effekt eventuella åtgärder har i relation till exempelvis erosionsförhållanden, kostnader och energiproduktion är det viktigt att ha kunskap om vattenflöde, vattendjup, vattenhastighet och hur vattnet breder ut sig (Söderström et al. 2020). För att tillskansa sig den kunskapen är flödesmodellering ett viktigt verktyg. Flödesmodellering används flitigt i många projekt och för alla möjliga olika syften men ofta utan tillräcklig förståelse och expertis vilket kan vara riskfyllt. Väldigt visuellt putsade och till synes precisa resultat kan bedra exempelvis en beslutsfattare. För att begränsa att sådana företeelser sker är osäkerhetsanalyser väldigt behändigt då kvantifiering av osäkerheter kan visa på när resultaten är

bristfälliga. För att fördjupa sig i var osäkerheterna kommer ifrån kan även känslighetsanalyser utföras för att tillskriva osäkerheterna källor. Osäkerhets- och känslighetsanalyser är båda användbara verktyg för att skapa förståelse av en modell. Utan att fullständigt behöva förstå hela den komplexa modellen kan analyserna specifikt ge kunskap om hur en modell påverkas av dess inmatningsparametrar.

1.1 PROBLEMFORMULERING

Vid användning av modellering för att beskriva hydrauliska flöden finns det alltid osäkerheter. Det är en omöjlighet att skapa en modell som perfekt speglar verkligheten. Det är dock viktigt att de modeller som avses användas är tillräckligt tillförlitliga för att det ska finnas användning för dem. För att detta ska uppfyllas i större utsträckning behöver förståelsen bli större kring hur höjddata och höjddataupplösning påverkar hydrauliska modeller. Hur hydrauliska modeller upplösning påverkar simuleringsresultatet behöver också utredas. Det finns även behov av att undersöka hur ingångsparametrar, exempelvis storleken på flödet, samt hur numeriska parametrar, exempelvis Mannings tal, påverkar osäkerheter för den hydrauliska modelleringen i torrfårar. Vilka krav som bör ställas på datafångst i samband med hydraulisk modellering behöver således utredas.

1.2 SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNINGAR

Syftet är att genom osäkerhetsanalys och känslighetsanalys skapa större förståelse för hydraulisk modellering av torrfårar och i synnerhet förbättra förståelse kring val av parametrar, modelltekniska inställningar samt upplösning i hydrauliska modeller.

De frågeställningar som studien gör en ansats att besvara är följande:

- Hur ska upplösningen i en hydraulisk modell bestämmas vid modellering av torrfårar?
- Vad finns det för samband mellan upplösning i höjddata och modellupplösning för att säkerställa resultat av tillfredsställande kvalitet för torrfårar?
- Hur påverkar ingångsparametrar och numeriska parametrar osäkerheter för hydraulisk modellering i torrfårar?
- Vilka krav bör ställas på datafångst när hydraulisk modellering avses användas?

1.3 FOKUS OCH AVGRÄNSNINGAR

Inom ramen för detta examensarbete studeras osäkerheter kopplade till en specifik del av en torrfåra. Denna avgränsning görs p.g.a. de förutsättningar som fanns med avseende på tillgängliga data. Det finns också en mängd av olika parametrar och antaganden som görs vid skapandet av en hydraulisk modell. I denna studie behandlas många av dem, men endast flöde, råhet, terrängmodellens upplösning och beräkningsnätets upplösning genomgår en osäkerhets- och känslighetsanalys.

Fokuset för studien är att ta fram en metodik som skulle kunna användas vid arbete med osäkerheter i hydrauliska modeller. Metoderna som presenteras och används är således tillämpliga även för andra syften inom hydrauliska modellering och även andra beräkningsmodeller utanför fältet hydraulik. Endast en del av den uppsjö metoder som finns

tillgängliga för genomförandet av osäkerhets- och känslighetsanalyser används dock. Således är studien även teoretiskt avgränsad.

En ansats görs även för att ta fram generella resultat för osäkerheter kopplade till torrfåror. Denna studie är således inte en ansats av att försöka skapa en helt perfekt uppskattning av verkligheten genom simuleringar i det specifika fallet, utan istället undersöka inmatningsparametrars påverkan på simuleringsresultat. De modeller som skapas görs dock med intentionen att vara så realistiska som möjligt för att de analyser som görs fortfarande ska vara relevanta. Dock bör det poängteras att analysen är avgränsad till det specifika fallet och de slutsatser som erhålls bör inte tas för absoluta sanningar för det generella fallet.

2 BAKGRUND OCH TEORI

Matematiska modeller har på senare år blivit mer och mer prominenta som verktyg vid beslutsfattning överlag och inte minst i inom ingenjörsyrket (Saltelli et al. 2019). Fältet som berör hydraulik är inget undantag. Med ökad tillgänglig datorkraft i kombination med större tillgång på data har komplexiteten för modellerna blivit större, vilket har givit möjligheten för skarpare analyser (ibid.). Med detta följer det även risker som att visuellt avancerade resultat kan godkännas utan kritiskt granskande trots att det kan finnas många felaktigheter.

Den ökade komplexiteten i modellerna kräver även att mer information i modeller specificeras exempelvis inmatningsparametrar och andra antaganden som görs för modellstrukturen (Saltelli et al. 2019). Enligt Saltelli et al. (2019) är det också typiskt att en del av den informationen inte är välkänd och därmed följer osäkerheter som fortplantas till modellresultatet. De två viktigaste verktygen för att undersöka osäkerheterna är osäkerhetsanalys och känslighetsanalys (ibid.). Sudret (2007) kategoriserar dessa analyser inom fältet för sannolikhetsbaserad ingenjörskonst (eng. probabilistic engineering). Det växte fram som ett eget forskningsfält på 70-talet, men det finns flera tidigare publikationer som berör ämnet (Mayer 1926; Freudenthal 1947; Levi 1949). Man brukar säga att fältet står på två ben där det ena representerar fysiken och det andra tillämpad matematik såsom statistik, sannolikhets teori och datorsimulering (Sudret 2007).

Osäkerhetsanalys och känslighetsanalys är relaterade till varandra, men skiljer sig i definition och bör därför hållas isär. Osäkerhetsanalys kan definieras som en karaktärisering av osäkerheten i en modellprediktering och tar inte någon hänsyn till vilka antaganden som primärt har inflytande (Saltelli et al. 2019). Saltelli (2002) definierar känslighetsanalys enligt följande översatta citat:

“Känslighetsanalys är ett område som beskriver hur osäkerheter i utmatningsdata från en modell (numerisk eller annan) kan tillskrivas olika källor av osäkerheter i modellens inmatningsdata”.

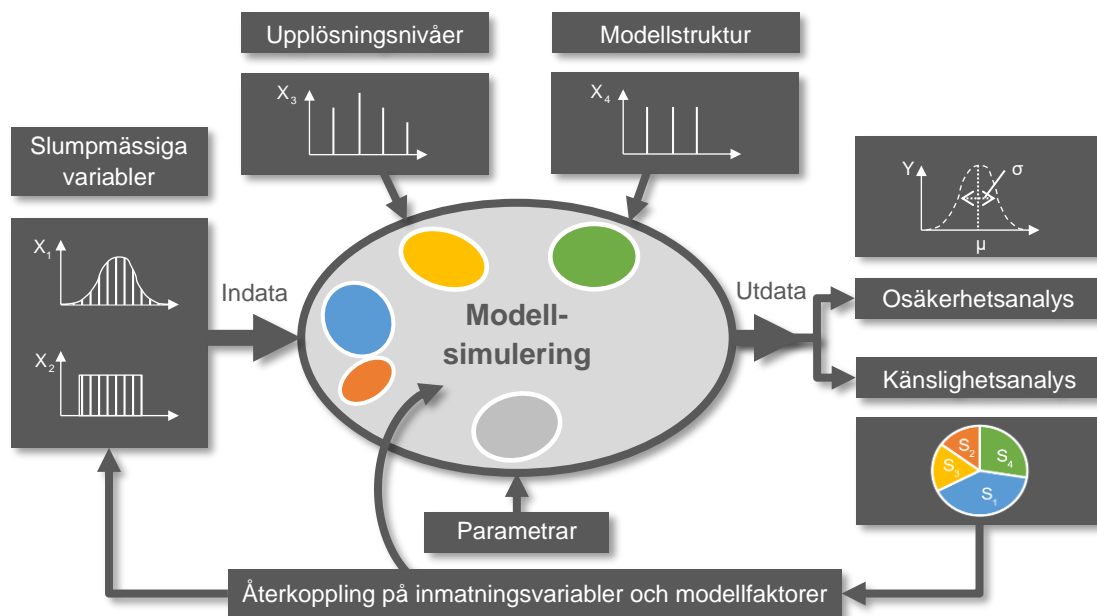
Det finns alltså en distinktion mellan analyseringsmetoderna, där båda är trots allt väldigt användbara. Ofta föregår känslighetsanalysen av just en osäkerhetsanalys (Saltelli et al. 2019). För att exemplifiera är osäkerheten i utmatningsdata ofta första fokus för att få en kvantifiering för hur tillförlitligt resultatet faktiskt är. Känslighetsanalysen kan sedan användas för att ge kunskap i var den största påverkan på osäkerheten kommer ifrån. Detta kan sedan användas för att eventuellt åtgärda modellen eller belysa var bättre indata bör införskaffas. Känslighetsanalysen kan även hjälpa till att ge förståelse för hur en komplex modell faktiskt fungerar.

Osäkerhetsanalys görs ofta genom att sammanfattad statistik såsom medelvärde, median och varians extraheras (Saltelli et al. 2019). Från dessa resultat kan även konfidensintervall på medelvärdet tas fram vilket kan vara ett lämpligt sätt att presentera eventuella osäkerheter (ibid.). Detta kan sedan följas av en känslighetsanalys där man tillskriver antaganden gjorda för indata och modellen (Saltelli et al. 2019). Exempelvis skulle ett resultat av känslighetsanalysen kunna visa att en viss parameter från beaktade indata till en modell bidrar med en viss procent till osäkerheten i en modells utdata (ibid.). Således kan känslighetsanalysen visa på svagheter i indata och även möjliggöra korrigering av den. Det skulle exempelvis kunna vara att ställa större krav på datafångst eller att göra en förändring av modellstrukturen. Känslighetsanalysen visar inte bara på vilka indata och antaganden som påverkar mest. Även de parametrar som knappt påverkar osäkerheter i en modells utdata kan identifieras. Dessa är överflödiga som slumpmässiga

parametrar och bör fixeras vid ett deterministiskt värde för att ta bort brus och onödiga krav på datorkraft (Saltelli & Tarantola 2002).

I samband med utvärdering av numeriska modeller görs ofta endast osäkerhetsanalys, men känslighetsanalys är internationellt ansett som ett viktigt verktyg vid påverkansbedömning och är bland annat rekommenderat av European Commission (2009).

För numeriska modeller kan processen för att genomföra analyser av osäkerheten och känsligheten schematiskt beskrivas i steg. En del indata definieras först som sannolikhetsbaserad och tillsammans med deterministiska parametrar sätts de in i en modell som körs flera gånger, där de sannolikhetsbaserade parametrarna tillåts variera inom en viss förbestämd fördelning. Från resultatet kan både osäkerhetsanalys och känslighetsanalys sedan göras. Figur 1 illustrerar processen konceptuellt. Processen börjar med att se över de parametrar som behövs till modellen. Identifiering av vilka av parametrarna som är osäkra. Osäkerheten i parametrarna fastställs och fördelningsfunktioner skapas vilket gör att de istället definieras som slumpmässiga variabler. De slumpmässiga variablerna kan vara numeriska parametrar men också mycket annat. Även upplösningnivåer och modellstrukturer kan definieras som osäkra och även de kan tillåtas variera. Alla slumpmässiga parametrar laddas sedan in till modellen som generellt behöver köras många gånger för att ge en större uppsättning av underlag för utdata. Utdata bör tillräckligt bra kunna beskriva hela den variation som fanns i indata för att effektivt kunna användas till både osäkerhetsanalys och känslighetsanalys.



Figur 1. Konceptuell beskrivning av processen för modellering med osäkerheter och känslighet. Inspirerad av Saltelli et al. (2019).

2.1 HYDRAULISKA BERÄKNINGSMODELLER

2.1.1 Hydraulik

Hydraulik innebär att tillämpa strömningsmekanik vid strömning i vattendrag och mer generellt för beskrivning av strömningen i öppna vattenområden. En ingenjör som arbetar med hydraulik är angelägen om vätskors rörelse och interaktion med det som är i kontakt med vätskan (Novak

et al. 2018). Oftast är denna vätska vatten som är viskös, något komprimerbar och flytande (ibid.). Forskningsfältet hydraulik är således starkt kopplat till verkligheten, även om de flesta lagar som används vid beräkning bygger på teoretisk hydromekanik för ideala vätskor som antas vara homogena, ej komprimerbara eller viskösa (ibid.). För att hitta lösningar för praktisk hydraulik finns enligt Novak et al. (2018) tre sätt att närma sig problemen:

- Genom att applicera teorier och resonera sig fram till resultat.
- Använda sig av erfarenhet där liknande problem har påträffats tidigare.
- Att undersöka problemet närmare och testa eventuell lösning med en modell.

Fram tills relativt nyligen var det främst förenklade beräkningsmetoder, med handberäkningar, som användes inom hydrauliken. Att använda modeller för att hitta lösningar på problem inom hydrauliken har dock succesivt börjat användas mer och mycket på grund av stora framsteg inom datormodellering (eng. computational modelling) (Novak et al. 2018). Det bör dock poängteras att förenklade beräkningsmetoder fortfarande används, beroende på problemställning, samt tillgång till underlag. I denna studie kommer användningen av modellering innebära datormodellering. Det är viktigt att resultaten producerade genom datormodeller inte accepteras som definitiva, bara för att det är gjort i en dator som genom avancerad grafik visar spännande resultat (Novak et al. 2018).

2.1.2 Hydraulisk modellering

Hydrauliska modeller är en typ av datormodellering som grundar sig på en implementation av numerisk modellering (Novak et al. 2018). Detta på grund av omöjligheten att skapa analytiska modeller för de flesta problem. De numeriska modellerna förutsätter en förenkling av verkligheten, men har som syfte att fortfarande kunna beskriva den tillräckligt väl (Mattsson 1998). Inom hydraulik är det ofta partiella differentialekvationer (PDE) som ansätts. PDE är differentialekvationer för funktioner som beror av flera olika variabler, till skillnad från ordinära differentialekvationer (*Partiell differentialekvation* 2020).

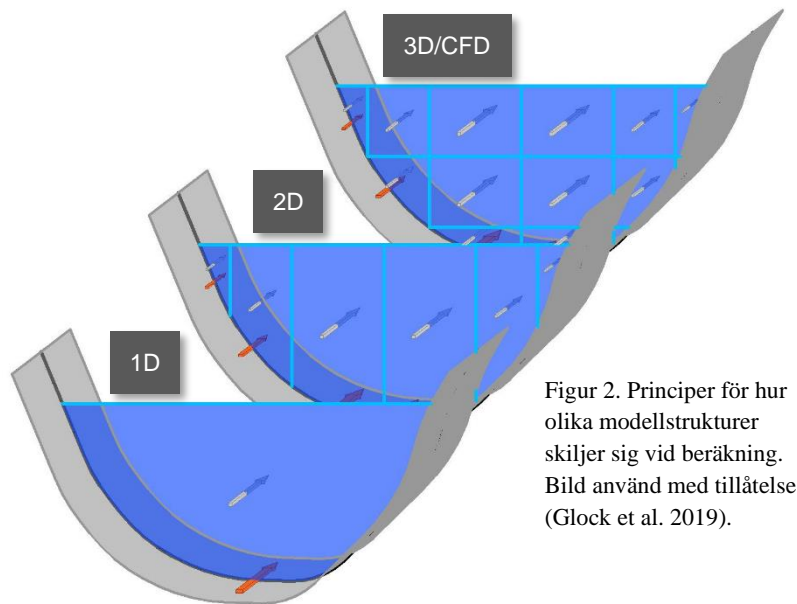
Det finns flera sätt och med olika komplexitet som hydrauliska modeller kan skapas på och dessa brukar benämnas som modellstrukturer. Enligt Söderström et al. (2020) kan modelleringen göras genom en dimension (1D), två dimensioner (2D), tre dimensioner (3D) eller Computational Fluid Dynamics (CFD).

CFD modellering innebär den mest krävande modelleringen, men är också väldigt noggrann, eftersom den kräver finare upplösning i alla dimensioner och är därmed begränsad till användning i mindre områden (Söderström et al. 2020). CFD använder de fullständiga Navier Stokes-ekvationerna som bygger på antagandet om massans och momentets bevarande. För övriga modellstrukturer görs vissa förenklingar av Navier Stokes ekvationer vilka bygger på vissa antaganden (ibid.).

3D-modellering, som enligt Söderström et al. (2020) ibland kallas ”kvasi-3D”, används på ett liknande sätt, men att vissa förenklingar också kan också göras. Detta beror på vilka möjligheter som finns i den programvara som modellen görs i, där vissa kan utföra beräkningar med dynamiska tryck och vertikala moment medan andra programvaror inte har den möjligheten.

Från Navier Stokes ekvationer, som beskriver en vätskas rörelse i tre dimensioner, kan Saint-Venants ekvationer, även benämnda som Shallow water equations, härledas (Paquier et al. 2017). Saint-Venants ekvationer bygger på antaganden om hydrostatiskt tryck, horisontella vattenhastigheter som inte förändras med djupet och försumbara vattenhastigheter i höjddimensionen (*Shallow water equations* 2021). Modellering i 1D och 2D baseras fundamentalt på dessa ekvationer (Paquier et al. 2017). Vid modellering 1D tas hänsyn endast till en spatial dimension som ligger längs vattendragets riktning. 2D-modellering tar hänsyn till två spatiala dimensioner, d.v.s. XY-planet, och är således mer komplex. Saint-Venants ekvationer är bara giltiga för låga lutningar i geometrin (ibid.).

Modeller som skapas i 1D använder generellt sektioner för att beskriva geometrier där interpolering sker mellan dessa. För övriga modellstrukturer användes mer komplexa och heltäckande terrängmodeller för att beskriva motsvarande geometrier. För jämförelse visar Figur 2 en sektion där principerna hur de olika modellstrukturena skiljer sig vid beräkning.



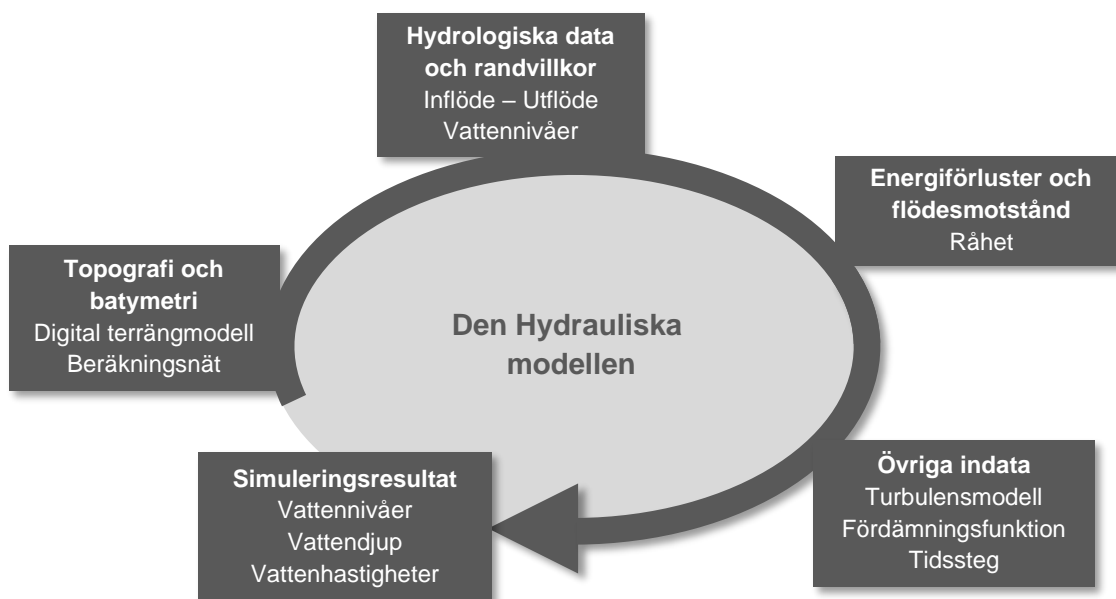
Figur 2. Principer för hur olika modellstrukturer skiljer sig vid beräkning. Bild använd med tillåtelse (Glock et al. 2019).

Enligt Söderström et al. (2020) rekommenderas i första hand användning av 2D-modellering för torrfåror vilket är det som avses undersökas i denna studie. I 2D ställs Saint-Venants ekvationer upp enligt följande, där den första ekvationen beskriver konservering av massa och de två sista beskriver konserveringen av rörelsemängd i X- respektive Y-led (Hervouet 2007):

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (hu) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial x} + F_x + \frac{1}{h} \nabla \cdot (h\nu_t \nabla u) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial y} + F_y + \frac{1}{h} \nabla \cdot (h\nu_t \nabla v) \end{cases} \quad (1)$$

där h är vattendjupet (m), u och v djupmedelvärdet av hastighetskomponenter i X- respektive Y-riktning (m/s), h vattendjupet (m), Z_s nivå på fri vattenyta (m), F_x och F_y är källtermer (m/s²) för exempelvis bottenfriktion, vindpåverkan och Coriolis-kraften och ν_t den turbulenta viskositeten (m²/s).

För att kunna lösa Saint-Venants ekvationer behövs en hel del data och olika antaganden kan även göras. Figur 3 visar en konceptuell bild över den data som behöver tas fram och vilka antaganden som beaktas i denna studie. Det som behandlas är Topografi och batymetri, hydrologiska data och randvillkor, energiförluster och flödesmotstånd och övriga indata.



Figur 3. Relevant data som behöver bestämmas vid skapande av modeller för att erhålla tillfredsställande resultat. Inspirerad av Musall et al. (2011).

2.1.3 Hydrauliska modellens skapande och validering

I detta avsnitt beskrivs teori och bakgrund för den hydrauliska modell som sedermera upprättades i denna studie.

2.1.3.1 Topografi och batymetri

Topografi och batymetri beskriver själva områdets terräng och geometri och denna kommer att ge upphov till potentialskillnader för det flödande vattnet. Hela området där vatten kan flöda måste täckas in. Denna area inkluderar både huvudfåran samt svämplan som bara är under vatten under högre flöden (Paquier et al. 2017). För att producera dessa data kan inmätning av strategiskt valda sektioner längs vattendraget utföras eller så kan en digital terrängmodell (eng. Digital Terrain Model, DTM) över hela området användas (ibid.). Terrängmodellen är generellt representerad av en stor mängd punkter med koordinater i X-, Y- och Z-led i ett fördefinierat koordinatsystem. Att upprätta en DTM kan göras på en mängd olika sätt och kommer inte att behandlas vidare i denna studie, för kartläggning se (Florinsky 2016).

Vid 2D-modellering upprättas s.k. beräkningsnät (eng. Mesh). Beräkningsnätet innehåller både grunden för var och hur de hydrauliska beräkningarna ska göras men även information om topografin och batymetrin. Genom framtagna DTM kan topografin och batymetrin projiceras på beräkningsnätet, vilket innebär att detta sedan innehåller alla relevanta höjddata.

2.1.3.2 Hydrologiska data och randvillkor

Modellen upprättas inom intresseområdet och avgränsas i vattendraget vid s.k. ränder där randvillkor tillämpas. I hydrauliska sammanhang innebär det oftast randvillkor för inflöde och

utflöde till respektive från modellen (Paquier et al. 2017). Det är således hydrologiska data som via randvillkoren beaktas inom modellens domän. Det är viktigt att ränderna placeras långt utanför intresseområdet för att inte resultatet ska påverkas. Vid modellering av vattendrag är dessa randvillkor oftast definierade enligt ett förbestämt flöde, avbördningskurva eller en påtvingad vattennivå (ibid.).

2.1.3.3 Energiförluster och flödesmotstånd

Flödet accelereras naturligt av gravitationen när det finns en lutning i topografi och batymetri (Paquier et al. 2017). Vatten rinner dock inte helt ohämmat och stöter hela tiden på motstånd där det sker energiförluster. Generellt är det som har störst påverkan på flödesmotståndet storlek (ibid.):

- Typ av vattenfåra
- Friktion från botten och bankar
- Dynor och stenar i vattendraget (vattenhinder)
- Vattendragets meandringsgrad (hur det slingrar sig)
- Geometriska variationer (om vattenfåran blir smalare eller bredare)
- Vegetation som hindrar vattnets framkomlighet

Dessa faktorer är oftast modellerade på samma sätt och tillsammans ersätts av den mer generella termen, råhet.

Det bör dock noteras att uppsättning av råhetsparametrar bör utföras i relation till beräkningsmodellens typ och upplösning. Det finns en fundamental skillnad mellan 1D- och 2D-modeller i och med att i 1D behöver råheten definieras för att beakta morfologi mellan tvärsnitt. I en 2D-modell beskrivs vattendragets morfologi spatialt. Storleken på råheten beror också på vilken upplösning en 2D-modell har relativt underlagets upplösning.

Flödesmotstånd som uppkommer på grund av råheten beaktas i de källtermerna till Saint-Venants ekvationer (1) enligt nedan (Hervouet 2007):

$$F_x^f = -\frac{1}{2h} C_f u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2)$$

$$F_y^f = -\frac{1}{2h} C_f v \sqrt{u^2 + v^2} \quad (3)$$

där F_x^f och F_y^f är källtermer för bottenfriktion i X respektive Y-riktning och C_f en dimensionslös friktionskoefficient. Bottenfriktion kan modelleras med olika friktionsformler, exempelvis Manning, Chézy samt Nikuradses ekvivalenta sandråhet. I denna studie används Mannings formel. Sambandet mellan Mannings tal, M ($m^{1/3}/s$), och den dimensionslösa friktionskoefficienten anges nedan (Hervouet 2007):

$$C_f = \frac{2g}{M^2 h^{1/3}} \quad (4)$$

Ekvation 4 används i de flesta 2D-modellerna. I 1D-modeller ersätts dock h med R_h , tvärsektionens hydrauliska radie, som definieras som kvoten mellan tvärsektionens area och våta perimeter. Denna skillnad innebär att ett visst värde för Mannings tal förväntas medföra olika friktionsförluster i 1D och 2D (Söderström et al. 2020).

Det är intressant att notera att vid endimensionell stationär och likformig strömning, så kan rörelsemängdekvationen för X-riktningen förenklas till:

$$g \frac{\partial Z_s}{\partial x} = F_x^f \quad (5)$$

Uttrycket $\partial Z_s / \partial x$ alternativt S motsvarar vattenytans- och energilinjen lutning som oftast betecknas i (m/m) och g är tyngdaccelerationen (m/s^2). Om man uttrycker källtermen för bottenfriktion F_x^f i skalärform genom att kombinera Ekvation 2 och 4 samt om vattendjupet h ersätts av den hydrauliska radien R_h erhålls den välkända Mannings formel:

$$g \cdot S = \frac{g}{M^2 R_h^{4/3}} u^2 \rightarrow u = M R_h^{2/3} \sqrt{S} \quad (6)$$

Mannings tal är framtaget och anpassat för bottenfriktion och det brukar benämnas som råheten på ett vattendrags botten, men kan även användas för svämplan med t.ex. vegetation eller i urbana områden (Paquier et al. 2017). Ju större Mannings tal är desto lägre flödesmotstånd. Med grövre material kommer friktionen att öka jämfört med finare material. Även större block och eventuell vegetation påverkar friktionen och därmed minskar Mannings tal. Mannings tal ansätts ofta genom kalibrering mot verkliga scenarion eller uppskattningar beroende på bottenförhållanden.

Det bör noteras att i engelsktalande länder används Mannings friktionskoefficient n ($s/m^{1/3}$) som motsvarar $1/M$. I denna studie används Mannings tal M ($m^{1/3}/s$).

För flera typer av vattendrag och svämplan är Mannings tal empiriskt redan framtagen. I Tabell 1-2 visas Mannings tal för naturliga vattenfåror respektive svämplan med olika egenskaper. Det bör noteras att angivna värden avser endimensionella strömningsförhållanden.

Tabell. 1. Mannings tal i vattenfåror för olika typer av i naturliga vattendrag. Inspirerad av U.S. Army Corps of Engineers (2016).

| Typ av vattendrag med beskrivning | Minimum M ($m^{1/3}/s$) | Medel M ($m^{1/3}/s$) | Maximum M ($m^{1/3}/s$) |
|--|---------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1) Släta, raka, fulla, inga revor eller djupa pooler | 30 | 33 | 40 |
| 2) Lika som ovan, men med mer sten och vegetation | 25 | 29 | 33 |
| 3) Släta, slingrande, några pooler och rev | 22 | 25 | 30 |
| 4) Lika som ovan, men med mer sten och vegetation | 20 | 22 | 29 |
| 5) Lika som ovan, men mer ineffektiva slänter och sektioner | 18 | 21 | 25 |
| 6) Lika som "5" men med mer sten | 17 | 20 | 22 |
| 7) Sträckor med långsamma vattenhastigheter, väl bevuxna, djupa pooler | 13 | 14 | 20 |
| 8) Väldigt bevuxna sträckor, djupa pooler eller flödesvägar med mycket timmer och buskar | 7 | 10 | 14 |

Tabell. 2. Mannings tal på svämplanen för olika typer av naturliga vattendrag. Inspirerad av U.S. Army Corps of Engineers (2016).

| Typ av svämplan med beskrivning | Minimum M (m ^{1/3} /s) | Medel M (m ^{1/3} /s) | Maximum M (m ^{1/3} /s) |
|---|---------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) Betesmark utan buskskog | | | |
| a) Kort gräs | 29 | 33 | 40 |
| b) Högt gräs | 20 | 29 | 33 |
| 2) Jordbruksmark | | | |
| a) Utan grödor | 25 | 33 | 50 |
| b) Mogna radgrödor | 22 | 29 | 40 |
| c) Mogna fältgrödor | 20 | 25 | 33 |
| 3) Buskskog | | | |
| a) Utspridda buskar, hög vegetation | 14 | 20 | 29 |
| b) Gles buskskog med träd: på vintern | 17 | 20 | 29 |
| c) Gles buskskog med träd: på sommaren | 13 | 17 | 25 |
| d) Medium till tät buskskog: på vintern | 9 | 14 | 22 |
| e) Medium till tät buskskog: på sommaren | 6 | 10 | 14 |
| 4) Träd | | | |
| a) Avverkat landskap med stubbar utan skott | 20 | 25 | 33 |
| b) Lika som ovan, men med stora skott | 13 | 17 | 20 |
| c) Mycket timmer, några fällda träd, lite undervegetation, flöde under grenarna | 8 | 10 | 13 |
| d) Lika som ovan, men med flöde över grenarna | 6 | 8 | 10 |
| e) Täta pilträd, sommar, rak | 5 | 7 | 9 |

För 2D-modeller gäller oftast högre värden på Mannings tal än för 1D. Detta för att volymskillnaderna är små mellan två intilliggande beräkningsceller och därför innehåller mer information om geometriska och morfologiska förändringar. Där kalibreringsdata inte är tillgänglig föreslås en multiplicering av M_{1D} med faktor 1,3 för att erhålla M_{2D} (Bratton 2017).

2.1.3.4 Turbulensmodeller

För att alla områden i en modell ska beräknas på tillförlitliga sätt kan det vara viktigt att ta hänsyn till turbulens (Turbulence 2021). Inom fluidodynamiken beskrivs turbulens som en rörelse av en vätska som karaktäriseras av kaotiska förändringar i tryck och vattenhastighet (ibid.). Turbulensen uppkommer vid ett överskott på kinetisk energi, vilket får till följd att viskositeten hos vätskan påverkas (ibid.).

För att kategorisera var turbulens uppkommer används ofta Reynolds tal (R_e). Vid låga Reynolds tal flödar en fluid laminärt, vilket kännetecknas av ett mer strukturerat och ordnat flöde (Welty 2008). Vid höga Reynolds tal flödar fluiden turbulent, vilket kännetecknas av ett ostrukturerat och kaotiskt flöde (ibid.). För att avgöra huruvida strömningen är laminär eller turbulent kan Reynolds tal beräknas enligt (ibid.):

$$R_e = \frac{UL}{\nu} \quad (7)$$

där R_e är Reynolds tal (-), U strömningshastighet (m/s), L en karaktäristisk längd (m) som vanligtvis kan ersättas av den hydrauliska radien i vattendrag och ν vattnets kinematiska viskositet som är ca 10^{-6} m²/s.

Strömningen är turbulent om $R_e > ca\ 12\ 500$ (French 1987). För typiska strömningsförhållanden som råder i vattendrag ($U \sim 1\ m/s$, $L \sim 1\ m$) blir R_e i storleksordning 10^6 . Detta innebär att strömning i vattendrag alltid är turbulent.

För att ta hänsyn till turbulensens påverkan vid simulering av hydrauliska modeller i 2D kan turbulensmodeller användas (Söderström et al. 2020). De används för att simulera den turbulenta viskositeten ν_t som finns i Saint-Venants ekvationer och påverkas av vilka strömningsförhållanden som råder (ibid.). Några vanliga turbulensmodeller som används är:

- Konstant viskositet
- Eddy-viskositet
- Smagorinskys turbulensmodell
- $k\varepsilon$ -modellen

Att anta konstant viskositet är den enklaste typen av turbulensmodell (Rodi 1993). Det går ut på att ansätta en konstant och homogen viskositet över hela modellens område (ibid.). Konstant viskositet definieras av en diffusionskoefficient som bestäms utifrån upplösningen på beräkningsnätet och antaganden om strömningsförhållanden (ibid.). På grund av enkelheten kan resultaten vid användning dock vara missvisande så den används sällan.

Eddy-viskositet, även kallad Parametriserad virvelviskositet, är en annan typ av turbulensmodell. Den beräknar den turbulenta viskositeten utifrån vattendjup, friktionshastighet och en dispersionskoefficient (Rodi 1993). Vattendjup och friktionshastighet kan beräknas från information under simuleringen medan dispersionskoefficienten anpassas efter det specifika fallet och dess förväntade strömningsförhållanden (ibid.).

Smagorinskys turbulensmodell är enligt (Rodi 1993) baserat på det som kallas Mixing length-konceptet. Mixing length-konceptet innebär att modellen tittar på avståndet som ett specifikt fluidpaket, (eng. fluid parcel) exempelvis en virvel som uppstått från turbulens, kommer att bevara sina egenskaper innan den återgår i den omgärdande vätskan (*Mixing length model* 2021). Smagorinskys turbulensmodell kan med denna metod beräkna den turbulenta viskositeten och tar då hänsyn till strömningsförhållandena (Rodi 1993). Om resultaten inte blir tillfredställande kan en koefficient läggas till för att justera turbulensmodellen.

$k\varepsilon$ -modellen är en turbulensmodell som beräknar ekvationer för en vätskas transport för två mått av turbulens. De två måtten är turbulent energi k och den turbulenta energins omvandlingshastighet ε (Rodi 1993). Den är bland de mest komplexa turbulensmodeller som används vid hydraulisk 2D-modellering (ibid.). Modellen är effektiv och ger även användbara biprodukter från beräkningen så som den turbulenta energin (ibid.).

2.1.3.5 Fördämningsfunktion

Fördämningsfunktioner kan användas för att komma runt vissa kriterier för användandet av 2D Saint-Venants ekvationer. Istället för att exempelvis modellera ett fall, baserat på inmättningsdata,

kan en fördämningsfunktion införas för att beräkna flödet över fallet. När vattenhastigheten över fördämningen är obetydligt följer beräkningen ekvationen (Handboken Bygg 1985):

$$q = \frac{Q}{B} = \mu \cdot \sqrt{2g \cdot H^3} \quad (8)$$

där q är flödet per breddenhet längs förädämningen (m^2/s), Q är det totala flödet över fördämningen (m^3/s), B är bredden (m), μ är en avbördningskoefficient som med denna ekvation ansätts som 0,38 (-), g är tyngaccelerationen (m/s^2) och H är vattendjupet omedelbart uppströms fördämningen (m).

2.1.3.6 Tidssteg

Saint-Venants ekvationer behöver lösas vid olika tidpunkter under aktuell simuleringsperiod. Tiden mellan två beräkningsstunder (eller iterationer) kallas för tidssteg. Storleken för tidssteget är viktig eftersom:

- Ett för kort tidssteg kan medföra ett onödigt stort antal iterationer och därmed längre beräkningstid.
- Ett för långt tidssteg kan leda till numeriska instabiliteter.

Hur stabil simuleringen är med avseende på tiden kan erhållas med ett stabilitetskriterium (Söderström et al. 2020). Stabilitetskriteriet brukar utgå ifrån Courants-talet (CFL) som beräknas enligt följande:

$$CFL = U * \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (9)$$

där U är vattenhastigheten (m/s), Δt är tidsstegets upplösning (s) och Δx är beräkningsnätets upplösning (m). Beräkningsmodeller som baseras på finita volymer eller finita differenser kräver ofta att CFL-talet blir lägre än 1,0. Beräkningsmodeller som baseras på t.ex. finita element kan dock tillåta högre CFL-tal (Hervouet 2007).

2.1.3.7 Kalibrering

Kalibrering används för att validera att modellen kan återskapa riktiga händelser (Söderström et al. 2020). Kalibrering och validering av en modell kan göras på flera sätt. Kalibreringen baseras på kända data från tidigare händelser i området där en simulering genomförs (ibid.). Det kan både baseras på visuella iakttagelser eller mätvärden av exempelvis vattendjupet eller vattenhastigheter vid kända flöden (ibid.). Genom att jämföra simuleringsresultat med riktiga mätvärden kan osäkra inmatningsparametrar, exempelvis råhet, korrigeras för att nå mer tillförlitliga resultat vid en simulering.

2.1.3.8 Froudes tal

För att kategorisera olika strömningstillstånd kan Froudes tal (F_r) användas. Froudes tal (-) beräknas genom ekvationen:

$$F_r = \frac{U}{\sqrt{g \cdot H}} \quad (10)$$

där U är den lokala vattenhastigheten (m), g är tyngdaccelerationen (m/s^2) och H är vattendjupet (m). Termen $\sqrt{g \cdot H}$ motsvarar den karaktäristiska våghastigheten.

Froudes tal beskriver således relationen mellan vattenhastigheten och den karaktäristiska våghastigheten. Värden på Froudes tal brukar kategoriseras efter om vattenflöde är strömmande (vattenhastighet < karaktäristisk våghastighet), kritiskt eller stråkande (vattenhastighet > karaktäristisk våghastighet) kriterier som visas i Tabell 3 (ibid.):

Tabell 3. Kategorisering enligt kriterier för Froudes tal.

| Kategori | F_r |
|-------------------------------------|-------|
| Strömmande (subkritisk strömning): | < 1 |
| Kritiskt flöde | 1 |
| Stråkande (superkritisk strömning): | > 1 |

Generellt brukar ett lågt Froudes tal (< 1) sammanfalla med större djup och långsammare vattenhastighet (Söderström et al. 2020). Ett högt Froudes tal (> 1) ger en indikation på att det är grunt med snabba strömningsförhållanden (ibid.).

Att bestämma var kritiskt flöde inträffar, det vill säga övergången mellan strömmande och stråkande strömning, är användbart då en bestämmande sektion kan identifieras (Söderström et al. 2020). En bestämmande sektion definieras av att vattenföringen och vattennivån uppströms sektionen alltid är entydigt relaterade (ibid.). Ett exempel är strömning ovanpå ett överfall med inströmningsområdet där strömmande strömningstillstånd råder, en bestämmande sektion vid överfallets tröskel och en stråkande strömningstillstånd nedströms. I naturen inträffas vanligtvis bestämmande sektioner i forsar samt vid trånga områden i samband med höga flöden. Övergång från stråkande till strömmande strömning sker genom ett vattensprång.

2.2 DEN ALLMÄNNA MODELLEN

För att förstå de specifika metoderna som finns för osäkerhetsanalys och känslighetsanalys beskrivs i detta avsnitt grunden till dessa genom en allmän modell med flera komponenter. För att analysera modellen förutsätts det att deterministiska funktioner är tillgängliga och existerar (Deniz et al. 2017). Modellen ansätts här som en generell funktion (Sudret 2007):

$$\mathcal{M}: X \rightarrow Y = \mathcal{M}(X) \quad (11)$$

där \mathcal{M} även kan vara en s.k. "black box" eller ett datorprogram för simulering, X en vektor av modellens alla inmatningsvariabler och Y modellens respons som en vektor. Med andra ord är modellens respons helt beroende av inmatningsparametrarna och kan vara det till olika grad beroende på det specifika fallet som undersöks och vilken typ av modell som beaktas.

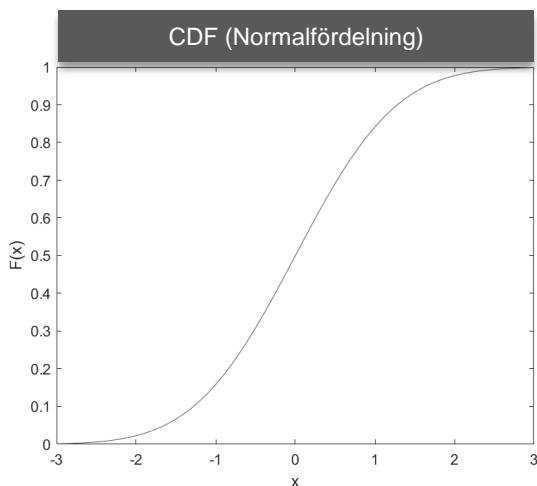
2.2.1 Sluppmässiga inmatningsvariabler

När ett sluppmässigt fenomen är observerat kan uppsättningen av alla möjliga utfall definieras som ett utfallsrum (eng. Sample space), Ω (Sudret 2007). En sluppmässig variabel X kartlägger $X : \Omega \rightarrow D_X \subset \mathbb{R}$, där D_X är domänen av X (ibid.). När D_X är en diskret uppsättning, är den sluppmässiga variabeln diskret och om den inte är det kallas den kontinuerlig (ibid.). En sluppmässig variabel är helt definierad av dess kumulativa fördelningsfunktion (CDF), $F_X(x)$ och dess täthetsfunktion (PDF) $f_X(x)$ och beskrivs enligt följande (ibid.):

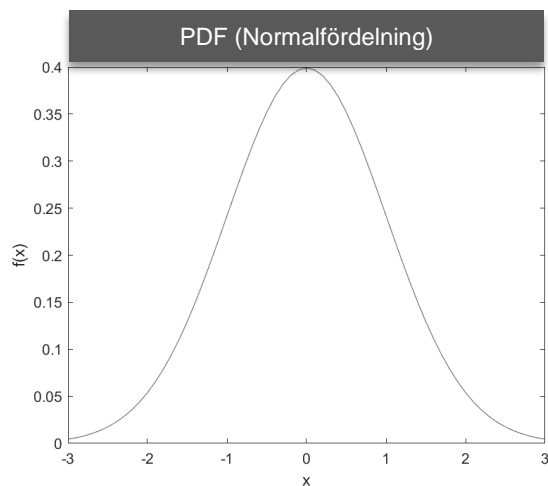
$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (12)$$

$$f_X(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X \leq x + h)}{h} \quad (13)$$

Figur 4 exemplifierar kumulativ fördelningsfunktion och Figur 5 exemplifierar en täthetsfunktion, både för en sluppmässig följer normalfördelning.



Figur 4. Kumulativ fördelningsfunktion (CDF), $F_X(x)$ (normalfördelning).

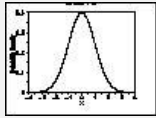
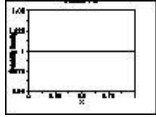
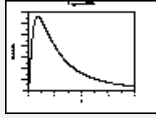


Figur 5. Täthetsfunktion (PDF), $f_X(x)$ (normalfördelning).

Sluppmässiga inmatningsvariabler kan följa olika fördelningsfunktioner, helt beroende på vad det är som betraktas. Olika fenomen i naturen kan följa olika fördelningar av variation. Fördelningar behöver dock inte alla vara trivalt att bestämma då det kan vara väldigt svårt att efterlikna verklighetens variationer perfekt. Ofta definieras de mellan intervaller exempelvis $[a, b]$ inom vilken populationen förekommer, alternativt med ett medelvärde (μ) och en standardavvikelse (σ).

Tre vanligt förekommande sannolikhetsfördelningar visas i Tabell 4, och en mer utförlig lista kan utforskas närmare i (NIST 2013).

Tabell 4. Ett litet urval av vanligt förekommande fördelningar. Täthetsfunktioner från NIST (2013) är använda med tillåtelse från upphovsman.

| Fördelning | Notation | PDF |
|------------|--|---|
| Normal | $N(\mu, \sigma^2)$ ¹⁾ |  |
| Uniform | $U(a, b)$ ²⁾ |  |
| Log-normal | Lognormal(μ, σ^2) ¹⁾ |  |

- ¹⁾ För sannolikhetsfördelningarna normal och log-normal betecknas medelvärdet och standardavvikelsen som μ respektive σ vilket också definierar dem.
²⁾ Uniform sannolikhetsfördelning definieras enligt en lägre intervallgräns a och en övre b .

Det förväntade värdet $E[X]$, vilket motsvarar medelvärdet (μ_X), samt standardavvikelsen (σ_X) behöver fastställas innan vissa populationers fördelningar kan definieras. Medelvärdet beräknas enligt (Sudret 2007):

$$\mu_x = E(X) = \int_{D_x} f_x(x) dx \quad (14)$$

Beroende på momentet av X betecknat n , ges olika information. Det n -tionde momentet av X definieras enligt (Sudret 2007):

$$\mu'_n = E(X^n) = \int_{D_x} x^n f_x(x) dx \quad (15)$$

Det centrerade momentet av X definieras som (Sudret 2007):

$$\mu_n = E[(X - \mu_X)^n] = \int_{D_x} (X - \mu_X)^n f_x(x) dx \quad (16)$$

Variansen följer andra ordningens centrerade moment och definieras således som (Sudret 2007):

$$Var[X] = E[(X - \mu_X)^2] = \int_{D_x} (X - \mu_X)^2 f_x(x) dx \quad (17)$$

Standardavvikelsen av X definieras enligt (Sudret 2007):

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}[X]} \quad (18)$$

2.2.2 Slumpmässiga inmatningsvektorer

Ifall det undersökta fallet innehåller mer än en variabel kan vektorer tas i användning. En riktigt slumpmässig vektor X kartlägger $X : \Omega \rightarrow D_X \subset R^q$, där q är storleken på vektorn vilket motsvarar antalet slumpmässiga variabler som beaktas. Denna vektor kan betecknas som $X \equiv \{X_1, \dots, X_q\}$. Varje individuell täthetsfunktion i inmatningsvariablerna slås ihop till en sammanslagen täthetsfunktion som beskriver hela inmatningsvektorn.

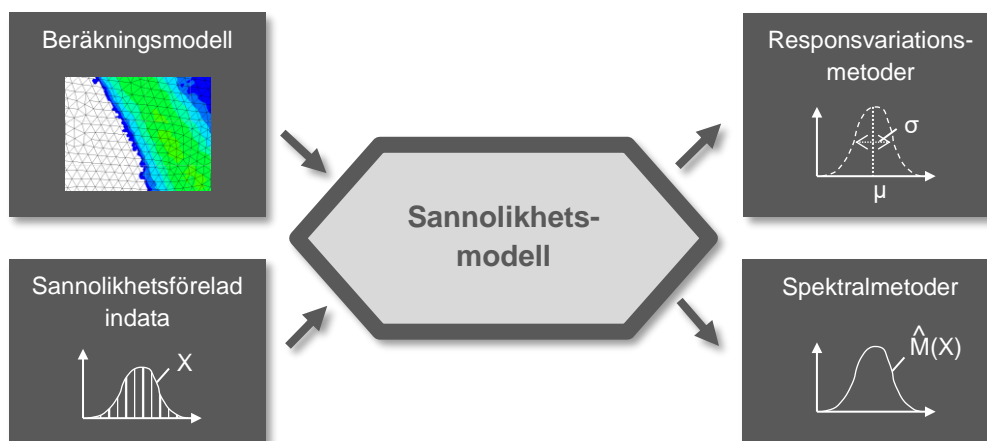
2.2.3 Kvantifiering av inmatningsvariablers osäkerhet

För att kunna kvantifiera källornas osäkerhet, och därmed bygga en sannolikhetsbaserad modell med inmatningsvariabler för systemet av intresse så krävs kännedom om inmatningsparametrarnas variation (Sudret 2007). Variationen kan beskrivas genom fördelningsfunktioner vilka behöver bestämmas. Det finns flera sätt för hur fördelningsfunktionen kan utvärderas, men i denna studie kommer specialistkunskap samt hänvisning till litteraturen att utgöra grunden för inmatningsvariablernas osäkerheter. Detta gäller med avseende på sannolikhetsfördelning och hur indata antas sprida sig i sannolikhetsrummet.

Det finns dock många metoder tillgängliga för att undersöka inmatningsvariablers osäkerhet. Enligt Sudret (2007) är några av de mest välanvända metoderna Principle of maximum entropy, Method of moments and maximum likelihood estimation, Bayesian interface and Stochastic inverse methods.

2.3 OSÄKERHETERS FORTPLANTNING

Syftet med att använda sannolikheter när man betraktar modeller är att studera det slumpmässiga innehållet i modellresponserna Y , med andra ord dess täthetsfunktion $f_Y(y)$ (Sudret 2007). För komplexa modeller kan denna funktion inte direkt beräknas analytiskt och därför har metoder tagits fram för att undersöka osäkerhetens fortplantning (ibid.). I Figur 6 visas en konceptuell uppställning över hur osäkerhetens fortplantning analyseras.



Figur 6. Klassificering av metoder för bestämning av osäkerhetens fortplantning. Inspirerad av Sudret (2007).

I detta avsnitt kan det för enkelhetens skull antas att responsen av ett system kan beräknas genom modellen \mathcal{M} och att detta kan göras algoritmiskt genom ett datorprogram med en inmatningsvektor X (Sudret 2007):

$$Y = \mathcal{M}(X) \quad (19)$$

Y blir således också slumpmässig då hela variationen i Y liksom variationen i X förklaras till fullo av sin täthetsfunktion $f_Y(y)$ som beror på täthetsfunktionen $f_X(x)$ och modellen \mathcal{M} . Följande delavsnitt kommer att behandla osäkerhetens fortplantning genom responsvariationsmetoder (Monte Carlo-simulering) och spektralmetoder enligt detta upplägg.

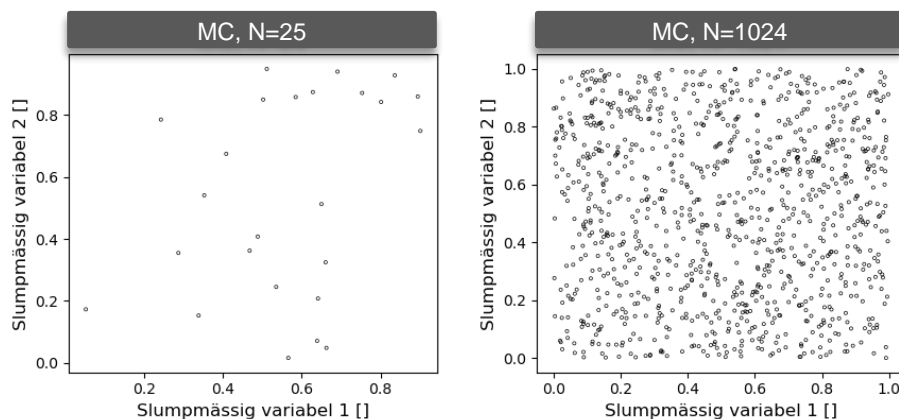
2.3.1 Responsvariationsmetoder (Monte Carlo-Simulering)

Responsvariationsmetoder använder sig av enbart av hur en modells respons varierar för att kvantifiera dess osäkerheter. Genom att köra en modell många gånger med olika indata kan variansen i responsen analyseras. Monte Carlo-Simulering (MCS) är den dominerande metoden för att titta på responsens variation. Den grundar sig på användningen av urval (eng. Samples) som ett verktyg för att skapa observationer av responsen där statistik sedan kan användas för att erhålla information om det system som undersöks (Lemieux 2009). Urval görs från inmatningsvariablerna för att täcka upp för hela den variationen som de besitter och kan göras på olika sätt (Johansen 2010). De tre metoderna Monte Carlo Simulering, Latin Hypercube Sampling och Quasi Monte Carlo behandlas i denna studie.

2.3.1.1 Urval genom Monte Carlo

Monte Carlo använder en algoritm för att ta fram pseudo-slumptal inom den fördefinierade fördelning som är av intresse (Johansen 2010). Det till synes slumpmässiga urvalet som erhålls från fördelningsfunktionen kan sedan placeras i vektorer för att eventuellt köras genom en modell. Ju större urvalet är ju bättre kommer inmatningsvariablernas täthetsfunktion att beskrivas och i slutändan även variationen i en modells respons. Resultatet av urvalet skapar en matris bestående av N (antal urval) \times q (antal variabler). Varje rad i matrisen representerar således en unik konfiguration som sedan kan användas för den modell som ska köras.

I Figur 7 visas ett exempel på ett urval från två likformigt fördelade variabler, båda över intervallet $[0, 1]$ och storleken på två urval $N = 25$ respektive $N = 1024$.

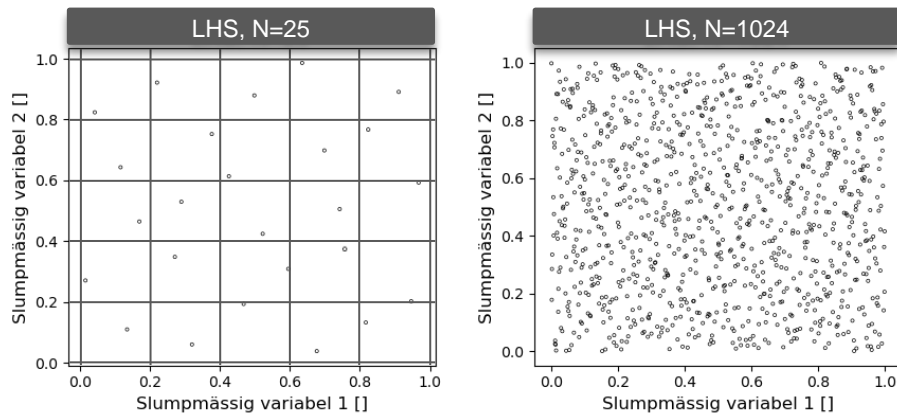


Figur 7. Exemplifierat urval, $N = 25$ respektive $N = 1024$ från två likformigt fördelade variabler vid användning av Monte Carlo.

Eftersom rå Monte-Carlo tar fram slumpstal så krävs det ett stort urval för att variablerna ska närma sig fullständig beskrivning. Detta är problematiskt då det medför stora krav på datorkraft när modellen som ska undersökas är komplex. Därför har det tagits fram andra sätt att göra dessa urval på och syftet för dessa är att jämnare sprida urvalen över inmatningsvariablernas fördelning.

2.3.1.2 Urval genom Latin Hypercube Sampling

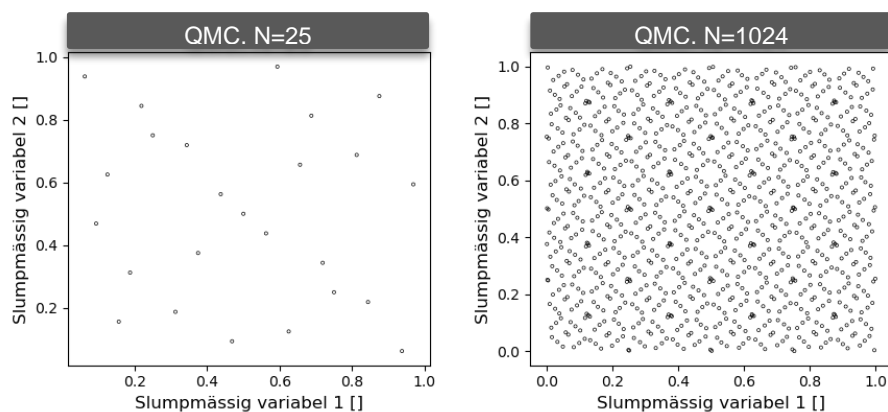
Latin Hypercube Sampling (LHS) är en metod som sprider ut urvalen från urvalsrummet (Sudret 2007). Baserat på sannolikhetsfördelningen delas urvalsrummet upp i intervall där bara ett urval kan göras från varje intervall. I Figur 8 visas ett exempel med två likformigt fördelade variabler, både över intervallet $[0, 1]$ med storleken på två urval $N = 25$ respektive $N = 1024$.



Figur 8. Exemplifierat urval, $N = 25$ respektive $N = 1024$ från två likformigt fördelade variabler vid användning av LHS.

2.3.1.3 Urval genom Quasi Monte Carlo

Quasi Monte Carlo (QMC) innefattar deterministiska metoder för att fördela urvalet över sannolikhetsfördelningarna för inmatningsvariablerna (Goeury et al. 2015). Slumpmässigheten från MCS och LHS ersätts för QMC med väl fördelade punkter med låg diskrepans (eng. low discrepancy sequence) (Lemieux 2009). Trots detta så besitter fortfarande metoderna vissa statistiska egenskaper då de fortfarande anpassas efter sannolikhetsfördelningen för inmatningsvariablerna. Ett För att ta fram dessa sekvenser av punkter rekommenderar Sudret (2007) att använda sig av Sobol-sekvenser på grund av dess effektivitet. I Figur 9 visas ett exempel med två likformigt fördelade variabler, både över intervallet $[0, 1]$ med storleken på två urval $N = 25$ respektive $N = 1024$.



Figur 9. Exemplifierat urval, $N = 25$ respektive $N = 1024$ från två likformigt fördelade variabler vid användning av QMC, Sobol-sekvenser.

För att QMC ska vara effektivt krävs att antalet simuleringar N är större än 2^q där q är dimensionen eller antalet variabler som betraktas (*Quasi-Monte Carlo method* 2021). Teoretiskt konvergerar QMC snabbare än både rå MSC och LHS om kriteriet uppfylls vilket kan vara väldigt gynnsamt när modeller är komplexa och kräver stor datorkraft. I flera praktiska forskningsprojekt har QMC även påvisats vara effektivt (Sudret 2007; Goeury et al. 2015; Assila et al. 2020).

2.3.1.4 Modellresponsens variation

Med urvalen extraherade kan dessa sedan köras genom modellen \mathcal{M} . Tillräckligt stort urval är förhoppningsvis använt för att representera hela variationen i både inmatningsvariabler och respons. När osäkerheters fortplantning undersöks är det variation i en modells utdata som eftersöks och med hjälp av Monte Carlo-Simulering kan man uppskatta medelvärdet (μ_Y), standardavvikelsen (σ_Y), och variansen ($Var(Y)$) för modellresponsen (Sudret 2007).

Antag att det genererats en urvalsuppsättning från q inmatningsvariabler $X = \{X_1, \dots, X_q\}$. Om urvalet antas vara av storlek N kan en fullständig inmatning då beskrivas som $X = \{X^{(1)}, \dots, X^{(N)}\}$. Urvalet kan sedan köras genom modellen för att beräkna responsen $Y = \{Y^{(1)}, \dots, Y^{(N)}\} = \mathcal{M}(X^{(k)})_{(k) \in \{1, \dots, N\}}$. Det uppskattade medelvärdet ($\hat{\mu}_Y$), standardavvikelsen ($\hat{\sigma}_Y$) och variansen ($\widehat{Var}(Y)$) kan då approximeras enligt (Sudret 2007; Mouradi et al. 2016):

$$\hat{\mu}_Y = E(Y) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathcal{M}(X^{(k)}) \quad (20)$$

$$\hat{\sigma}_Y = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (\mathcal{M}(X^{(k)}) - \hat{\mu}_Y)^2} \quad (21)$$

$$\widehat{Var}(Y) = \hat{\sigma}_Y^2 \quad (22)$$

2.3.2 Spektralmetoder

Spektralmetoder är en klass av metoder som fungerar genom idén att skriva om en differentialekvation som en summa på en specifik bas (*Spectral method* 2021). Det finns flera olika metoder där ett par av de vanligaste inom osäkerhetsanalys och känslighetsanalys är Polynomial Chaos Expansion och Fourier Fast Amplitude Test. Fourier Fast Amplitude Test behandlas inte i denna rapport och för mer läsning på området, se Xu & Gertner (2011).

2.3.2.1 Surrogatmodeller

Nackdelen med att använda Monte-Carlo-metoder för analysera på osäkerheters fortplantning är att det kan krävas väldigt många simuleringar för att tillförlitliga resultat ska uppnås. Detta på grund av att tillräckligt många modellresponser måste erhållas för att kunna beskriva dess variation fullständigt. Med andra ord är det extremt ineffektivt och inte kompatibelt med modeller som är för komplexa (Sudret 2016).

För att förbättra effektiviteten kan surrogatmodeller (även kallat metamodeller) istället användas (Sudret 2016). Dessa modeller har som målsättning att fullständigt beskriva täthetsfunktionen av en modells respons (Sudret 2008). Som tidigare nämnt beräknar en traditionell modell den riktiga

responsen för ett urval av inmatningsvariabler (Sudret 2016). En surrogatmodell är istället en uppskattning av den ursprungliga beräkningsmodellen men med den viktiga skillnaden att den kan beräknas analytiskt. Exempel på surrogatmodeller är Polynomial Chaos Expansion och Low-rank Tensor Approximations (Konakli & Sudret 2016). I denna studie behandlas endast Polynomial Chaos Expansion.

2.3.2.2 Polynomial Chaos Expansion

Denna metod fungerar bra till problem som är jämna d.v.s. utan snabba variationer i data, vilket är vanligt inom ingenjörssområdet (Lüthen et al. 2021). Förutom att vara en metod för skapandet av surrogatmodeller är den också vanligt förekommande för att kvantifiera osäkerheters fortplantning samt för genomförandet av känslighetsanalys. Den traditionella uppställningen av ett system beskrivs enligt $Y = M(X)$. Antaget att systemet har en ändlig varians kan detta enligt Sudret (2007) istället skrivas ut som en Polynomial Chaos Expansion (PCE):

$$Y = \mathcal{M}^{PCE}(X) = \sum_{\alpha=0}^{\infty} y_{\alpha} \Psi_{\alpha}(X) \quad (23)$$

där $\Psi_{\alpha}(X)$ är en bas av PCE som är uppbyggd av multivariaterande (behandlar mer än en variabel åt gången) ortonormala polynoms, y_{α} är koefficienter som behöver beräknas, α är index för termer i polynomet.

För att kunna skapa Polynomial Chaos Expansion som efterliknar den ursprungliga modellen behövs resultat från denna erhållas för att ett samband mellan inmatningsparametrar och en modells respons ska kunna beskrivas. Därmed behövs till en början ett urval från inmatningsvariablerna göras för att täcka in hela variabelernas fördelningar även kallat inputdomän (Sudret 2016). Urvalet kan bland annat göras med MCS, LHC eller QMC.

Täthetsfunktionerna som urvalet gjorts ifrån ställs på en annan bas, mer specifikt PCE-basen genom att göra komponenterna ortonormala med avseende på inmatningsvariablerna (Xiu and Karniadakis, 2002). Detta görs genom att en stor mängd skalärprodukter beräknats, men finns generellt att hämta direkt från polynomfamiljer som exempelvis Hermite, Legendre, Laguerre och Jacobi. Det är dock viktigt att belysa att den bas som skapas helt är beroende på inmatningsvariablernas sannolikhetsfördelning (openTURNS u.å.). De vanligaste fördelningsfunktionerna kan ansättas utan problem, men exempelvis lognormal bör användas varsamt (ibid.).

För att PCE-basen inte ska vara oändligt stor görs en trunkering som innebär att antalet polynom begränsas till ett ändligt antal (openTURNS u.å.). En metod för att åstadkomma detta är metoden Fixed Strategy som innebär att en övre gräns för den totala ordningen bestäms och ekvationen som erhålls blir vid användning:

$$\hat{Y} = \mathcal{M}^{PCE}(X) = \sum_{\alpha=0}^n y_{\alpha} \Psi_{\alpha}(X) \quad (24)$$

där n är antalet polynom efter trunkering.

Genom att ta hänsyn till både indata och utdata kan surrogatmodellens okända koefficienter iterativt tas fram. Detta kan göras genom olika inlärningsmetoder där en av de vanligaste är Least Squares-strategin som hittar det minsta kvadrerade felet för varje koefficient (Sudret 2016).

För att ytterligare effektivisera modellen kan en till anpassning göras, nämligen att omvandla den originella PCE till en så kallad gles PCE (eng. Sparse PCE). En vanlig metod för detta är Least Angle Regression Strategy (LARS) som omvandlar de koefficienter där påverkan på modellen är ligger nära noll (Lüthen et al. 2021). Om den använts på rätt sätt påverkas inte uppskattningen av Y nämnvärt. För mer information och matematiska bevis rekommenderas (Sudret 2007).

Vid användning av Polynomial Chaos Expansion bör den resulterande surrogatmodellen alltid valideras på något sätt. En enkel metod är att för att göra detta är att antingen göra ett nytt urval som är oberoende av det som skapade PCE alternativt kan urvalet delas upp för att åstadkomma samma sak. Det nya urvalet bör köras genom den ursprungliga modellen och ett antal värden på utdata erhålls. En visuell validering kan sedan erhållas genom att jämföra om surrogatmodellen ligger tillräckligt nära de modellresultat som det nya urvalet skapade (openTURNS u.å.). Ett kvantitativt mått kan även ges genom Nash-Sutcliffe modell efficiency coefficient Q_2 som beräknas enligt följande:

$$Q_2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^N \left(Y^{(k)} - M^{PCE}(X^{(k)}) \right)^2}{Var(Y)} \quad (25)$$

där $Y = \{Y^{(1)}, \dots, Y^{(N)}\} = \mathcal{M}(X^{(k)})_{(k) \in \{1, \dots, N\}}$ vilket motsvarar den ursprungliga modellens responser och $\mathcal{M}^{PCE}(X^{(k)})_{(k) \in \{1, \dots, N\}}$ är den approximerade responserna från surrogatmodellen.

När PCE-basen för inmatningsvariablerna är skapad och de okända koefficienterna beräknade kan en uppskattning av responserna Y beräknas analytiskt. På grund av hur PCE är uppbyggt kan medelvärdet direkt hämtas ur den första koefficienten från det analytiska polynomet som beskriver responserna (Sudret 2016):

$$\hat{\mu}_Y = E(Y) = E[\mathcal{M}^{PCE}(X)] = y_0 \quad (26)$$

Variansen kan beräknas från de övriga komponenternas koefficienter:

$$\widehat{Var}(Y) = Var[\mathcal{M}^{PCE}(X)] = \sum_{a=1}^n y_a^2 \quad (27)$$

Standardavvikelsen kan sedan beräknas från variansen.

$$\hat{\sigma}_Y = \sqrt{\widehat{Var}(Y)} \quad (28)$$

För användning inom känslighetsanalys, se Avsnitt 2.4.3.2.

2.4 KÄNSLIGHETSANALYS

När modeller som bygger på numeriska beräkningsmetoder ska analyseras så är känslighetsanalytiska metoder viktiga redskap (Iooss & Lemaître 2015). De låter oss undersöka hur osäkerheter i modellens utmatning kan härledas från osäkerheter i den inmatning som funnits tillgänglig (Saltelli et al. 2000). Målet är att utreda hur robusta simuleringsresultaten för en modell är i förhållande till osäkra indata och modellantaganden (Pianosi et al. 2016).

2.4.1 Kategorisering av känslighetsanalytiska metoder

Det finns många olika sätt att göra känslighetsanalyser och därför finns det också flera kategoriseringar. Vanliga frågor som en känslighetsanalys kan besvara är (Pianosi et al. 2016):

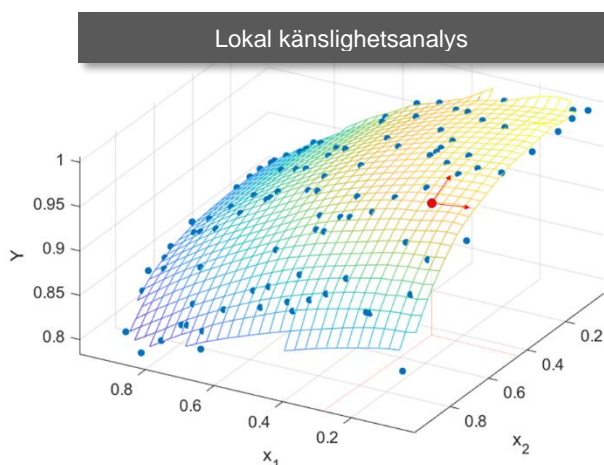
- Vilka inmatningsparametrar fortplantar sig genom en modell och ger störst påverkan på modellresponsens variation?
- Har variationen i någon inmatningsparameter en försumbar effekt på modellresponsen?
- Finns det interaktioner mellan parametrar som dämpar eller förstärker variationen i modellresponsen?

Olika metoder för känslighetsanalys kan olika effektivt besvara dessa frågeställningar. Enligt Saltelli et al. (2004) bör man tydligt specificera vilket som är syftet för det som ska undersökas innan man väljer metod.

2.4.1.1 Lokal och global känslighetsanalys

Lokal känslighetsanalys har en betydligt längre historia än global, och är förhållandevis enkel (Iooss & Lemaître 2015). Principen för den lokala känslighetsanalysen fungerar genom att en inmatningsvariabel utsätts för en störning runt ett nominellt värde som exempelvis kan vara medelvärdet av en slumpmässig inmatningsvariabel (ibid.). Ansatsen är deterministisk och går ut på att beräkna eller uppskatta partiella derivator i en modell vid den valda punkten (ibid.). Metoderna klassade inom lokal känslighetsanalys ger tillfredsställande resultat om inmatningsvariablerna har en linjär effekt på utmatningen från modellen.

I Figur 10 presenteras ett exempel för hur det kan se ut när två inmatningsvariabler X_1 och X_2 beräknar en modellrespons Y och det visar sig vara en olinjär modell. Om en annan punkt än den röda punkten i figuren skulle undersökas, förändras den partiella derivatan vilket illustrerar att linjära förhållande krävs. Lokal känslighetsanalys begränsas därmed kraftigt av detta och någon hänsyn tas heller till eventuell interaktion mellan parametrar (Deniz et al. 2017).



Figur 10. Illustration av principen för lokal känslighetsanalys av en olinjär modell. Inspirerad av Razavi (2017).

Lokal känslighetsanalys är inte på något sätt förlegat utan används flitigt när system har ett stort antal slumpmässiga parametrar (ibid.). Vid rätt förutsättningar och antaganden behöver resultatet inte vara undermåligt (Rakovec et al. 2014). Metoderna inom lokal känslighetsanalys kräver heller inte lika stora simuleringsunderlag som metoderna kategoriserade som global känslighetsanalys och kan därmed göras betydligt snabbare utan samma krav på datorkraft (ibid.).

På grund av de begränsningar som finns vid användning av lokala metoder så används även global känslighetsanalys. Metoderna som klassas under global känslighetsanalys tar hänsyn till hela den variation som finns i inmatningsvariablerna (Saltelli et al. 2000). Således är det inte viktigt att modellen är helt linjär och metoderna har visat sig användbara i många fall av numerisk beräkning (Iooss & Lemaître 2015). Nackdelen är att dessa metoder kräver betydligt fler simuleringar för att undersöka hela området av variation.

För att begränsa denna nackdel föreslår (Iooss & Lemaître 2015) att identifiering och prioritering bör göras med avseende på vilka inmatningsvariabler som är mest inflytelserika för modellen och dess respons. Variationen i dessa variabler är mycket viktig att kartlägga för att få tillförlitliga resultat. Inmatningsparametrar som inte är lika inflytelserika vid variation bör fixeras till nominella värden för att spara på datorkraft (ibid.). Optimalt bör modellen av intresse kalibreras genom användning av tillgänglig information som exempelvis riktiga observationer av den modellrespons som ska undersökas (ibid.).

Global känslighetsanalys används för många olika syften inklusive: verifiering, kalibrering av modeller, modellförenkling och diagnostisk utvärdering (Pianosi et al. 2016).

2.4.1.2 Kvantitativ och kvalitativ känslighetsanalys

Kvantitativ känslighetsanalys är en kategori metoder där varje inmatningsvariabel är associerad med en kvantifierbar och reproducerbar relativ påverkan på responsen i en modell (Pianosi et al. 2016). Kvantifieringen görs vanligtvis med en uppsättning känslighetsindex (ibid.). Vid kvalitativ känslighetsanalys sätts det inte värden på känsligheten i inmatningsparametrarna utan istället undersöks påverkan på modellens utdata i förhållande till inmatningsparametrarna visuellt (ibid.). Det finns många visualiseringsverktyg som kan hjälpa till att se samband och ofta görs kvalitativ känslighetsanalys som ett komplement till den kvantitativa där den kan ge en typ av validering till möjligen abstrakta värden.

2.4.1.3 All-At-a-Time (AAT) och One-At-a-Time (OAT)

Ofta görs det även skillnad på hur själva urvalet från inmatningsvariablerna är gjort. För AAT-metoder undersöks variationerna av en modells respons genom att ändra alla inmatningsvariabler på samma gång (Pianosi et al. 2016). Därmed ges information både vad gäller känsligheten i varje variabel för sig och kombinationer av olika variabler tillsammans och belyser därför samverkan (ibid.). OAT-metoder undersöker inte eventuell interaktion på grund av att bara en variabel åt gången låtes varieras medan de andra hålls fixerade (ibid.).

Lokal känslighetsanalys använder typiskt OAT, medan global känslighetsanalys kan använda båda strategierna (Pianosi et al. 2016). AAT-metoderna ger generellt bättre resultat, men nackdelen är att det i regel krävs betydligt större urval och med det större antal simuleringar (ibid.).

2.4.1.4 Känslighetsanalysers olika syften

Känslighetsanalyser kan göras av olika syften. Enligt Saltelli et al. (2008) är syftena generellt något av följande:

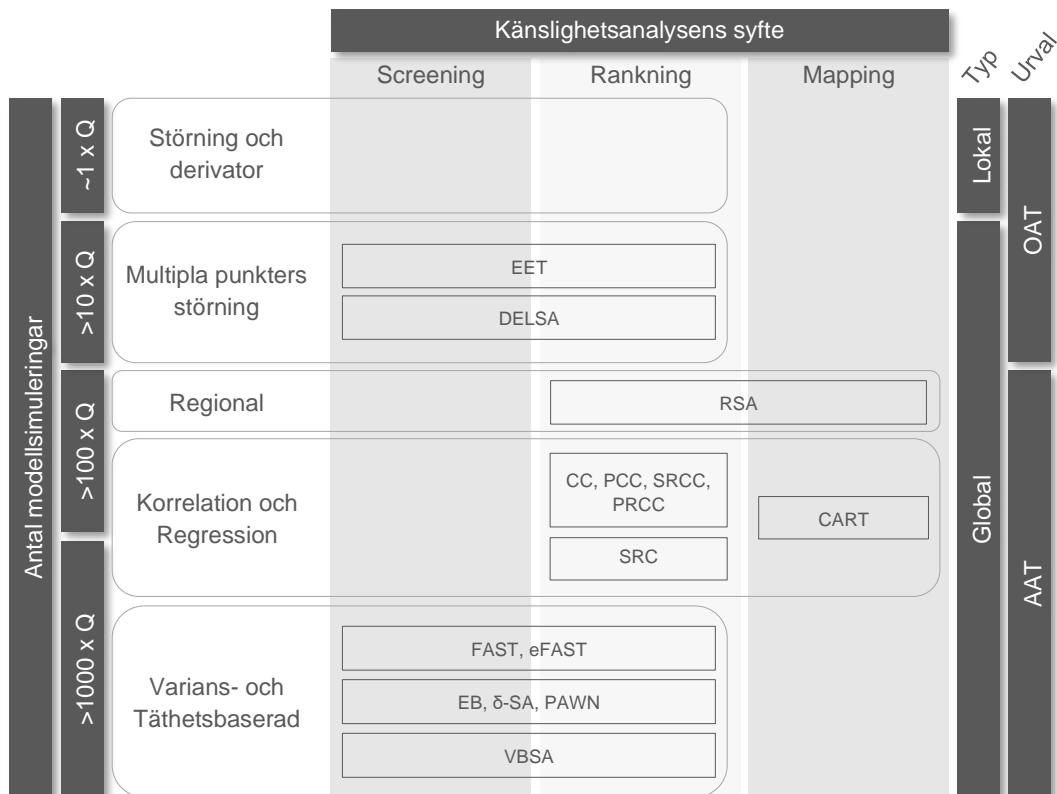
- Avskärmning (eng. Screening) – Genom att identifiera om några inmatningsvariabler har försumbar effekt på en modells utdatas variation, kan variablerna vid framtida simuleringar fixeras (ibid.).
- Sortering (eng. Ranking) – Syftar till att generera en rank till varje inmatningsvariabel $[X_1, \dots, X_M]$ med hänseende till hur stor del de bidrar till variationen i en modells utdata (Pianosi et al. 2016).
- Kartläggning (eng. Mapping) – Har som syfte att identifiera regioner i inmatningsvariablernas variationsdomän som ger signifikant påverkan på en modells utdata (ibid.).

Känslighetsanalysens syfte definierar således vad målet med analysen är (Pianosi et al. 2016). Beroende på vilket syfte och mål känslighetsanalysen har begränsas även valmöjligheterna vad gäller specifika metoder. Vad som också kan begränsa är tillgången på datorkraft vilket gör vissa metoder opraktiska. Det finns många metoder och metodklasser och nedan följer flera vanligt förekommande:

- Elementary Effect Test (EET)
- Distributed Evaluation of Local Sensitivity Analysis (DELSA)
- Regional Sensitivity analysis (RSA)
- Pearson Correlation Coefficient (CC)
- Partial Correlation Coefficient PCC)
- Spearman rank Correlation Coefficient (SPCC)
- Partial Rank Correlation Coefficient (PRCC)
- Standardized Regression Coefficients (SRC)
- Classification And Regression Trees (CART)
- Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST)
- Entropy Based (EB)
- δ -SA
- PAWN
- Variance Based Sensitivity Analysis (VBSA)

För flera av nämnda metoder finns det ett antal olika variationer och forskning på området går ständigt framåt. För vidare läsning om metoderna rekommenderas (Sudret 2007; Pianosi et al. 2016).

Figur 11 visar en överblicksbild för hur olika typer av känslighetsanalyser kategoriseras med en indikation på hur stort antal modellsimuleringar som rekommenderas för tillförlitliga resultat.



Figur 11. Kategorisering av metoder för känslighetsanalys baserad på syfte och beräkningsmässig komplexitet. Antalet inmatningsvariabler representeras av Q. Inspirerad av Pianosi et al. (2016).

Det bör noteras att det finns undantag för vilket antal modellsimuleringar som krävs för en metod. Polynomial Chaos Expansion, som kategoriseras som en VBSA-metod, kräver exempelvis generellt inte lika många simuleringar för att erhålla tillfredställande resultat (Sudret 2016).

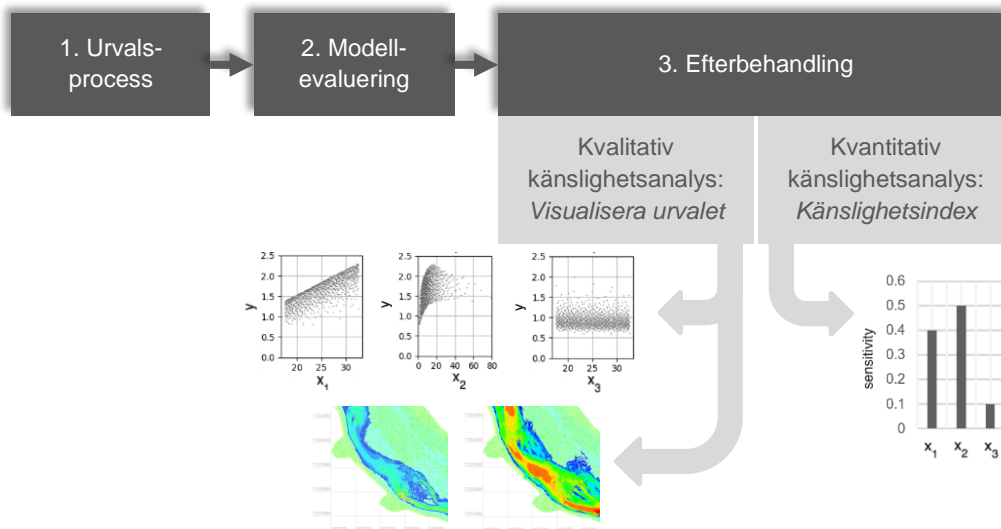
2.4.2 Känslighetsanalyserns tillvägagångssätt

Oberoende av vilket syftet är eller vilka metoder som avses användas så följer en känslighetsanalys ett tydligt övergripande tillvägagångssätt (Pianosi et al. 2016):

1. Det krävs ett urval från inmatningsvariablerna vars påverkan avses undersökas.
2. Modellsimuleringar måste genomföras med avseende på urvalet för att erhålla modellresponsens variation.
3. Efterbearbetning måste göras vilket motsvarar själva känslighetsanalysen.

Metoderna för att genomföra själva känslighetsanalysen kan vara relativt olika vad gäller komplexitet och ha helt olika ingång rent matematiskt. Hydrauliska modeller är ofta olinjära i sin respons i förhållande till inmatningsvariablerna. Enligt litteraturen är variansbaserade metoder för kvantitativ känslighetsanalys väl anpassade för användning på hydrauliska modeller (Hall et al. 2009; Mouradi et al. 2016; Chen et al. 2018; Tiberi-Wadier et al. 2019; Assila et al. 2020). När variansbaserade metoder använts har inmatningsvariablerna varit tydligt definierade genom fördelningsfunktioner. Enligt Beven (2006) finns det dock vissa modellparametrar som inte lika

enkelt sätts i en sannolikhetsfördelning. Exempel på sådana parametrar är modellupplösningar eller modellstrukturer. Figur 12 visar schematiskt det övergripande tillvägagångssättet för att utföra en känslighetsanalys som antingen är kvalitativ, kvantitativ eller är en kombination.



Figur 12. En schematisk bild av vad som föregår en känslighetsanalys vilka resultat som kan erhållas. Inspirerad av Pianosi et al. (2016).

2.4.3 Variansbaserade metoder

Variansbaserade metoder kategoriseras som globala och urvalet utvärderas genom AAT. Syftet med att använda metoderna är generellt att åstadkomma både avskärmning och sortering. Analysen kan göras både kvalitativt och kvantitativt. Variansbaserad känslighetsanalys bygger på tre grundstenar (Pianosi et al. 2016):

- Det existerar inmatningsparametrar som kan bedömas som stokastiska variabler så att en modells respons påtvings en sannolikhetsfördelning.
- Variansen av responsens sannolikhetsfördelning speglar responsens osäkerhet tillräckligt bra.
- Bidraget till variansen hos en modellrespons kan tillskrivas osäkerheter i inmatningsparametrar och är ett mått på känslighet.

Variansbaserade metoder använder generellt antagandet att ANOVA (ANalysis Of VAriance) som innebär att variansen i modellresponsen delas upp additivt i form av inmatningsvariablernas alla bidrag till variansen (Sudret 2007). Bidragen till variansen kommer både från enskilda variabler och som kombinationer där det finns interaktion mellan olika parametrar.

Kvantifiering av känsligheten sker genom att beräkna variansbaserade index och det finns olika metoder för att ta fram dessa. Variansbaserade index brukar definieras efter dess ordning d.v.s. hur många interaktioner mellan inmatningsvariabler man vill beakta. Oftast är endast första och totala ordningen av intresse, d.v.s. helt utan interaktioner och med alla interaktioner i beaktande. Ibland undersöks även andra ordningens index som innebär att interaktion mellan par tas hänsyn till men högre ordning än så ger ofta väldigt små bidrag (Sudret 2007; Deniz et al. 2017).

2.4.3.1 Sobols känslighetsindex

Genom ANOVA kan Sobols känslighetsindex beräknas genom variansdekomposition. Antag att responsen kan beskrivas enligt $Y = M(X)$, där $X = \{X_1, \dots, X_q\}$ är inmatningsvariabler och M är modellen. Vid antagandet att inmatningsvariablerna är oberoende av varandra kan variansen beräknas vid användning av lagen om total varians används (Mouradi et al. 2016):

$$Var(Y) = \sum_{i=1}^q V_i(Y) + \sum_{i<j} V_{ij}(Y) + \dots + V_{12\dots q}(Y) \quad (29)$$

där V_i är den första ordningens varians från variabel i , det vill säga variansen oberoende av interaktion och kan skrivas enligt:

$$V_i(Y) = Var[E(Y|X_i)] \quad (30)$$

Andra ordningens varians som tar hänsyn till interaktionen mellan två inmatningsvariabler kan skrivas enligt:

$$V_{ij}(Y) = Var[E(Y|X_i X_j)] - V_i(Y) - V_j(Y) \quad (31)$$

Sobols känslighetsindex av första ordningen erhålls genom (Mouradi et al. 2016):

$$S_i = \frac{V_i(Y)}{Var(Y)} = \frac{Var[E(Y|X_i)]}{Var(Y)} \quad (32)$$

Sobols känslighetsindex av andra ordningen erhålls genom:

$$S_{ij} = \frac{V_{ij}(Y)}{Var(Y)} = \frac{Var[E(Y|X_i X_j)] - V_i(Y) - V_j(Y)}{Var(Y)} \quad (33)$$

Högre ordningar beräknas enligt samma princip, men för att uppnå praktikalitet och även ta hänsyn till interaktioner kan ett s.k. totalt Sobols känslighetsindex S_{Ti} beräknas enligt (Mouradi et al. 2016; Deniz et al. 2017):

$$S_{Ti} = S_i + \sum_{j \neq i} S_{ij} + \sum_{j \neq i, k \neq i, j < k} S_{ijk} + \dots = 1 - \frac{V_{\sim i}(Y)}{Var(Y)} \quad (34)$$

där $X_{\sim i} = (X_1, X_2, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_q)$, d.v.s. alla variabler förutom X_i . S_{Ti} är alltså det känslighetsindex som tar hänsyn till den totala effekten från variansen, vilken motsvarar den förväntade variansen när X_i tillåts variera medan alla övriga variabler fixeras (Deniz et al. 2017).

Varianserna är dock fortfarande okända och har historiskt uppskattas genom rå Monte Carlo simulering (Deniz et al. 2017). På senare år har det dock tagits fram effektivare metoder för att uppskatta Sobols känslighetsindex. I denna studie kommer extraktion från Polynomial Chaos Expansion att behandlas.

2.4.3.2 Polynomial Chaos Expansion (PCE)

I Avsnitt 2.3.2.2 beskrivs tillvägagångssättet för att bygga en PCE-modell som surrogatmodell och som osäkerhetsanalysverktyg. Användning av PCE för genomförandet av en känslighetsanalys innebär dock exakt samma tillvägagångssätt. Om surrogatmodellen redan är upprättad kan således även en känslighetsanalys för inmatningsvariablerna utföras och Sobols index kan erhållas. Antag att PCE-basen är skapad och koefficienter beräknade:

$$Y = M^{PCE}(X) = \sum_{\alpha=0}^n y_{\alpha} \Psi_{\alpha}(X) \quad (35)$$

Eftersom PCE är byggt på ett speciellt sätt genom ortonormala polynom är de partiella varianserna för responsen redan framtagna och återfinns i koefficienterna y_{α} (Sudret 2016). Den totala variansen V^{PCE} i responsen kan på grund av ortogonalitet därför direkt beräknas analytiskt enligt:

$$V^{PCE} = Var[M^{PCE}(X)] = \sum_{\alpha=1}^n y_{\alpha}^2 \quad (36)$$

Sobols känslighetsindex av första ordningen kan beräknas då de partiella varianserna enkelt hämtas från koefficienterna:

$$S_i^{PCE} = \sum_{\alpha \in A_i} \frac{y_{\alpha}^2}{V^{PCE}}, \quad A_i = \{\alpha \in A \mid \alpha \neq 0\} \quad (37)$$

där A innehåller alla polynom som finns i expansionen och A_i är de polynom som endast är kopplade till inmatningsvariabel i .

Sobols känslighetsindex av den totala ordningen beräknas enligt:

$$S_{Ti}^{PCE} = \sum_{\alpha \in A_{Ti}} \frac{y_{\alpha}^2}{V^{PCE}}, \quad A_{Ti} = \{\alpha \in A \mid \alpha \neq 0\} \quad (38)$$

där A_{Ti} är alla polynom som har koppling till inmatningsvariabel i .

2.5 ARBETETS ANALYSOMRÅDE: TORRFÅROR

På många platser där det finns vattenkraft har vattenföringen förändrats kraftigt. De områden nedströms en damm eller ett vattenkraftverk som på grund av vattenkraften lämnats torra benämns ofta som torrfåror (Söderström et al. 2020).

Anledningen till att torrfåror uppkommer är på grund av själva uppdämningen vid ett vattenkraftverk som gör att mindre vatten i perioder kommer att transporteras nedströms, men även på grund av den förändrade vattenvägen som exempelvis kan vara genom turbiner i ett vattenkraftverk (Söderström et al. 2020). I de fall när utskov är byggda med utflöde i den gamla fåran kan skillnaderna i flöde, vattendjup och vattenhastighet vara väldigt stora i torrfåran, vilket gör de intressanta ur hydraulisk och därmed även ekologisk synpunkt. Med hänsyn till ekologin kan vattenkraftverk uppströms torrfåror ha en så kallad minimitappning. Den är till för att det hela

tiden ska vara ett litet flöde som släpps igenom till den ursprungliga fåran så att det inte blir helt torrlagt (ibid.). Både geometri och bottensubstrat kan variera mycket mellan olika torrfåror och dessa skillnader påverkas av både geografisk plats, storlek på torrfåran i fråga och hur vattenkraften är etablerad i området (Söderström et al. 2020). I Figur 13 visas hur en torrfåra kan se ut.



Figur 13. En torrfåra nedströms en damm. Foto: Simon Ene

Genom att göra hydrauliska analyser och genom undersökning av ett vattendrags ekologi kan ekologiskt anpassade flöden tas fram (Söderström et al. 2020). Att använda modellering inom den hydrauliska analysen kan vara ett viktigt verktyg för en fullständig analys, vilket både kraftproduktionen och ekologiska värden kan vinna på. Detta genom att uppskatta effekter av eventuella åtgärder som behöver göras (ibid.).

3 MATERIAL OCH METOD

I detta avsnitt behandlas använt material och tillvägagångssättet för att upprätta en hydraulisk 2D-modell för att sedan utföra osäkerhets- och känslighetsanalyser för en specifik torråra.

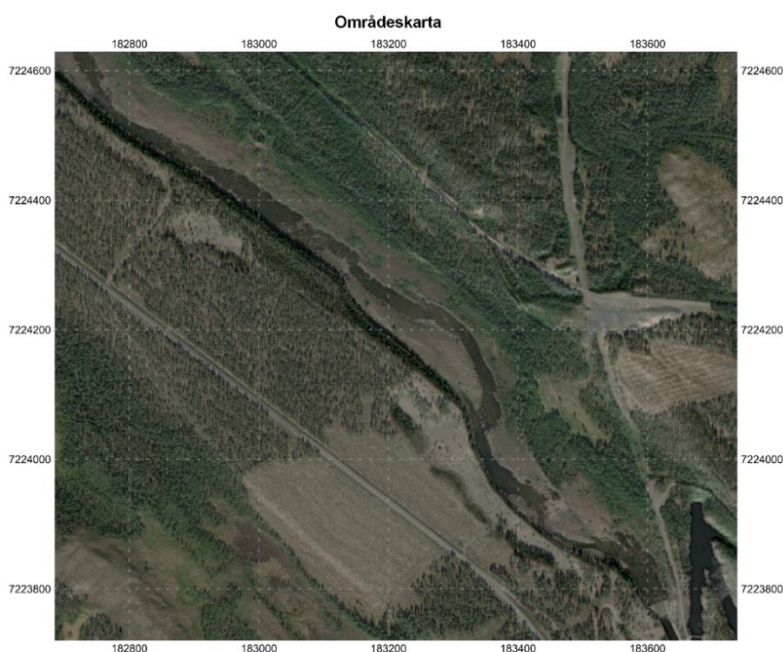
3.1 OMRÅDESBESKRIVNING

Området som behandlades i denna studie är en del av torråran som ligger nedströms om Sandforsdammen. Torråran ligger i Norsjö kommun, Västerbottens län och utgör en del av Skellefteälven. Området är ca. 1,3 km långt längs med vattenåran och visas på översigtskartan, se Figur 14.



Figur 14. Översigtskarta och lokalisering av området där torråran som behandlades ligger. Bakgrundsbild: Topografisk webbkarta © (Lantmäteriet 2021).

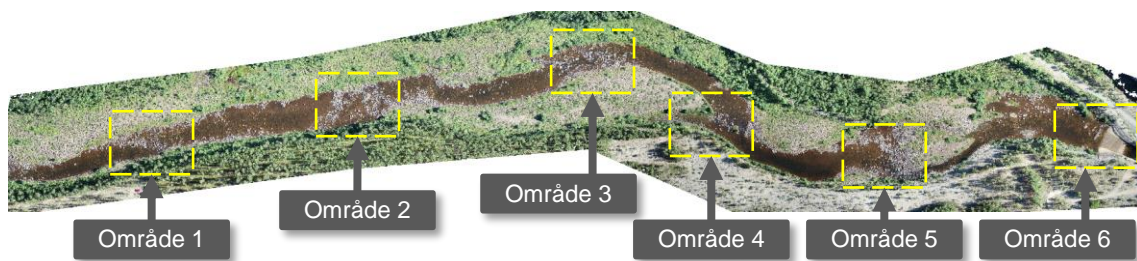
För att ge en bild av hur hela området ser ut skapades en områdeskarta där både vattenåran, svämplan och området runt omkring visas, se Figur 15.



Figur 15. Områdeskarta innehållande orto-foto över området. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

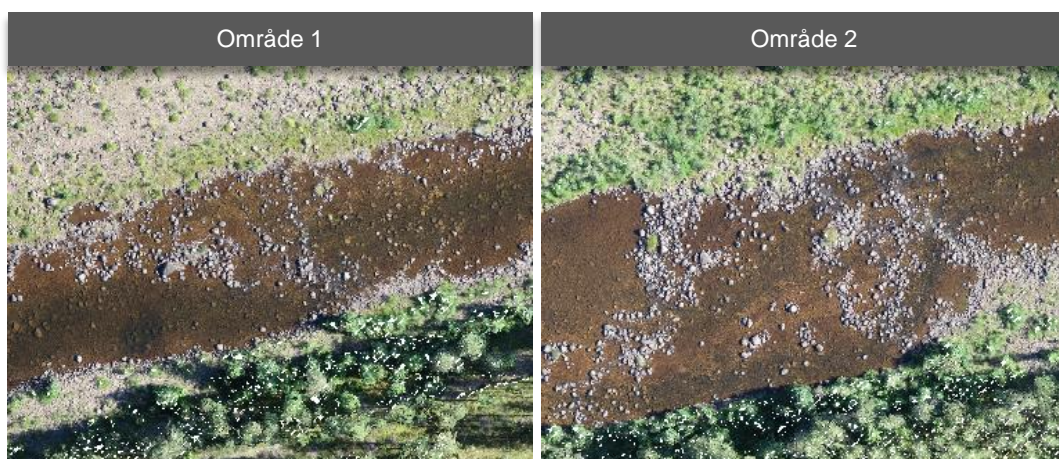
Området var inskannat av Sweco för att tillhandahålla höjddata som en DTM och ett mer högupplöst orto-foto. Detta var gjort med en ny skanningsmetod som möjliggjorde att både topografi och batymetri definierades.

Figur 16 visar det kompletterande orto-fotot med utvalda delområden som ansågs vara av intresse. Uppströms ligger till vänster och nedströms till höger i det visade orto-fotot. De utvalda delområdena 1-6 visar de största förändringarna som sker i vattendraget. Vid tidpunkten när orto-fotot togs verkar det vara förhållandevis låga flöden i fåran och vegetationen på svämplanen antas vara något som motsvarar en gles buskskog. Mellan delområden 1 och 2 respektive 4 och 6 verkar höjden för topografin stiga snabbt till höger om fåran. Mellan delområden 2 och 4 kan ett större svämplan iakttas på höger sida av fåran som tar slut vid en tydlig ökning av höjden i topografin. På vänster sida av fåran mellan område 1 och 3 respektive 4 och 6 kan stora svämplan också iakttas. Längst nedströms vid område 6 finns en överfallsdamm som avleder vattnet från området vidare i älven.



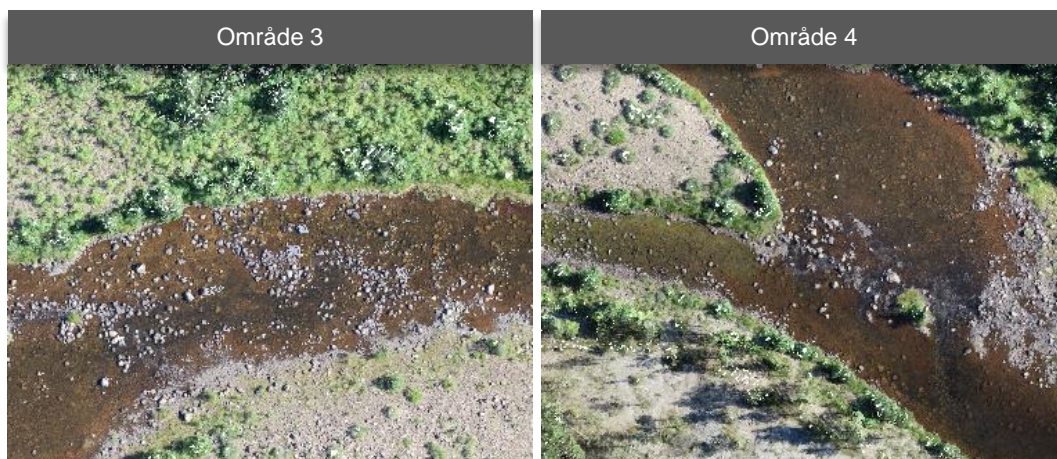
Figur 16. Högupplöst Orto-foto av områdets torrfåra med utvalda delområden av intresse

I Figur 17 visas delområden 1 och 2 där en del större stenar påverkar flödet. I delområde 2 kan det iakttas att bredden på fåran också blir smalare nedströms.



Figur 17. Orto-foton av delområden 1 och 2 för torrfåran.

I Figur 18 visas delområden 3 och 4. Delområde 3 visar relativt lika förhållanden som områden 1 och 2. Delområde 4 visar en förändring i flödesriktningen på fåran där det även kan iakttas en bassäng till höger om flödesriktningen.



Figur 18. Orto-foton av områden 3 och 4 för torrfåran.

I Figur 19 visas delområden 5 och 6. Delområde 5 visar en rejäl avsmalning av fåran. Vid avsmalningen kan det iakttas att vattnet forsar och vattenhastigheten är högre troligt högre i relation med andra partier. Man ser även att en del vatten fortfarande ligger kvar på svämplanet, vilket tyder på att det nyligen runnit vatten där. Delområde 6 visar tröskeldammen nedströms i det beaktade område. Uppströms i bilden ser man en vattenspegel där vattnet ser ut att ha låg vattenhastighet. Nedströms överfallsdamm ser man ett hydrauliskt hopp vilket visar på höjdskillnaden.



Figur 19. Orto-foton av områden 5 och 6 för torrfåran.

3.2 DEN HYDRAULISKA MODELLEN

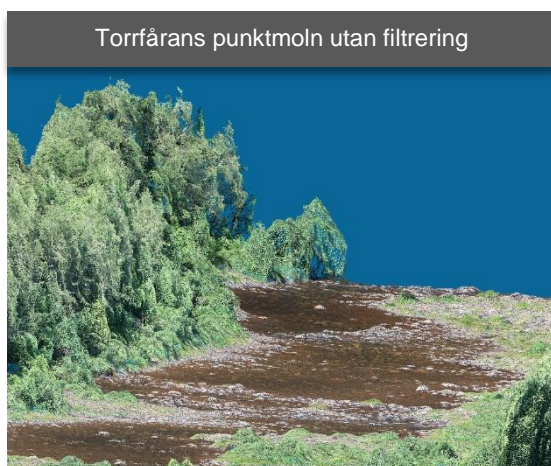
Den hydrauliska modellen som upprättades var en 2D-modell som avsågs ligga till grund för den osäkerhets- och känslighetsanalys som var fokusområdet för projektet. Detta avsnitt beskriver stegvis upprättandet av denna modell inklusive grundarbetet.

3.2.1 Topografi och batymetri

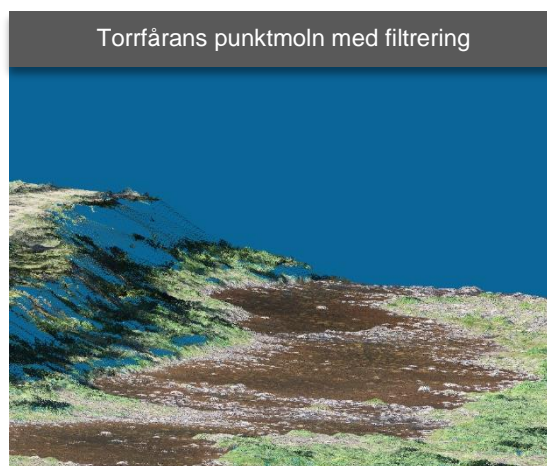
I avsnitt 2.1.3.1 berörs vikten att ha tillgång till data för topografi och batymetri. Topografin och batymetrin var inmätta genom laserscanning av området och var tillgänglig som en digital terrängmodell. Terrängmodellen var uppbyggd av ett punktmoln där en stor uppsättning punkter var representerade i X-, Y-, och Z-led. Både topografin och batymetrin var representerat av punktmolnet. Upplösningen för det obearbetade punktmolnet, d.v.s. avståndet från punkt till punkt, var ca. 0,095 m.

3.2.1.1 Bearbetning av punktmoln

För att göra punktmolnet användbart för en hydraulisk modell exkluderades punkter som inte antogs ligga på mark- eller bottenivå i fåran. I slänterna runt torrfåran fanns det extremt mycket träd, men även översvämningensplanen var som tidigare nämnt klädda med en del vegetation. För att utföra bearbetningen användes programvaran CloudCompare. Genom att använda ett s.k. Cloth Simulation Filter (CSF) kunde högre vegetation exkluderas. Ett exempel på hur det såg ut före och efter bearbetning visas i Figur 20-21.



Figur 20. Obearbetad terrängmodell.



Figur 21. Bearbetad terrängmodell genom

Exkluderingen av punkter minskade upplösningen i områdena där det fanns en betydande andel hög vegetation, men dessa var framförallt belägna på en högre höjd. På grund av detta antogs inte påverkan på den hydrauliska modellen vara betydande.

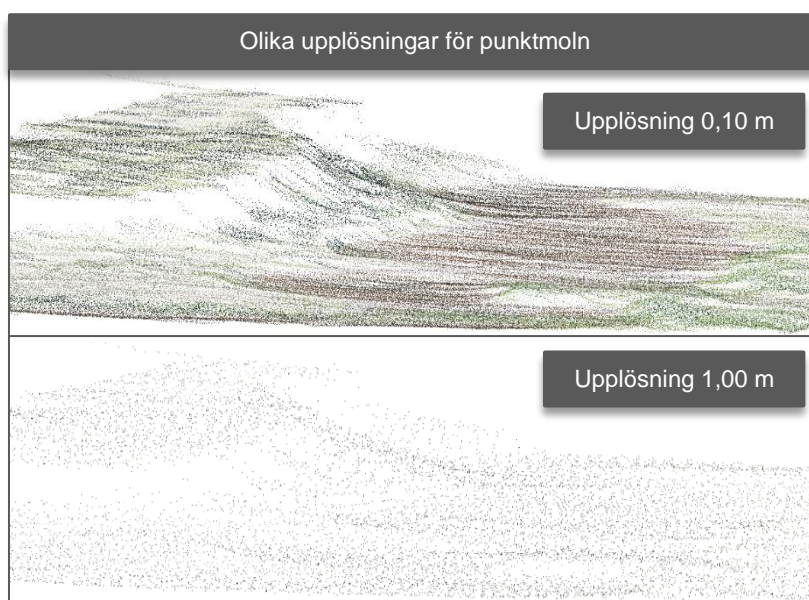
För att kunna undersöka eventuell påverkan på den hydrauliska modellen med avseende på terrängmodellens upplösning upprättades flera behandlade terrängmodeller med olika upplösning genom utglesning. Detta gjordes genom att använda funktionen Sub Sample i CloudCompare där upplösningen kunde anpassas utan att förändra läget på de punkter som behölls.

I Tabell 5 visas de fyra olika utförandena med avseende på upplösning som skapades.

Tabell 5. Fyra olika utföranden av terrängmodeller m.a.p. upplösning.

| Utförande | Upplösning (m) | Antal punkter |
|-----------|----------------|---------------|
| 1 | 0,10 | 7 163 879 |
| 2 | 0,25 | 1 640 526 |
| 3 | 0,50 | 417 195 |
| 4 | 1,00 | 110 545 |

Skillnaden mellan terrängmodellerna med upplösning 0,10 m (överst) och 1,00 m (nederst) exemplifieras i Figur 22.



Figur 22. Exemplifiering av punktmoln med utförande 1 (överst) och 4 (nederst) d.v.s. upplösningar 0,1 och 1,00 m.

Punktmolnen med de olika upplösningarna kunde sedan exporteras till programvaran Blue Kenue som användes för att skapa beräkningsnätet för den hydrauliska modellen.

3.2.1.2 Beräkningsnät

För att kunna använda de bearbetade terrängmodellerna skapades s.k. beräkningsnät (eng. Mesh) i Blue Kenue. För att utreda påverkan m.a.p. beräkningsnätets upplösning upprättades flera olika utföranden även för detta. Informationen i terrängmodellerna kunde projiceras på beräkningsnätet för att varje nod skulle sättas på rätt höjd. På grund av att varje punkt i terrängmodellen inte nödvändigtvis ligger på exakt samma ställe som en nod i beräkningsnätet interpolerades dessutom informationen från terrängmodellerna. Interpoleringen gör att hela modellen kan tolkas som kontinuerlig. Interpoleringsmetoden som användes var IDW (Inverse Distance Weighting). Totalt skapades sex beräkningsnät.

Tabell 6 visar tre av utförandena som syftade till att undersöka påverkan från beräkningsnätets upplösning.

Tabell 6. Tre olika utföranden av beräkningsnät för analys m.a.p. beräkningsnätets upplösning.

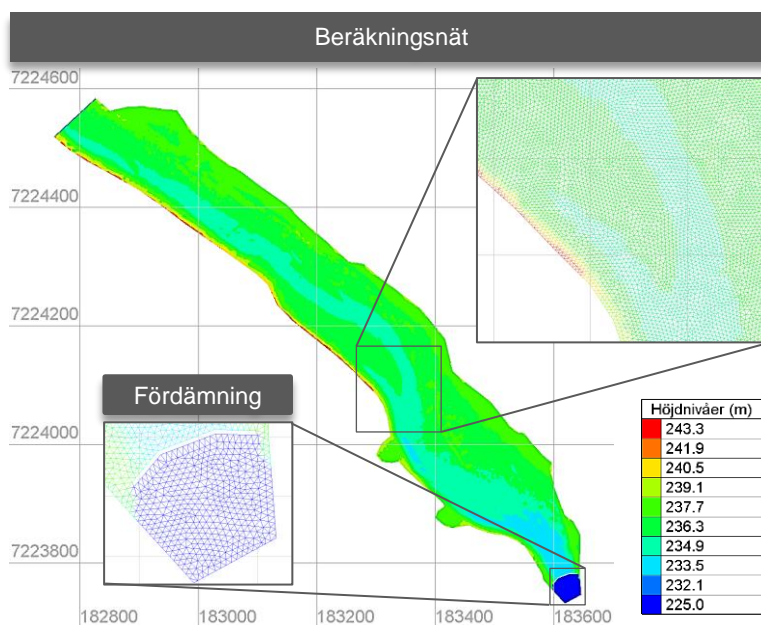
| Utförande | Upplösning i beräkningsnät (m) | Upplösning i terrängmodell (m) | Antal element |
|-----------|--------------------------------|--------------------------------|---------------|
| 1 | 0,50 | 0,10 | 1 371 314 |
| 2 | 1,00 | 0,10 | 342 153 |
| 3 | 2,00 | 0,10 | 85 026 |

Tabell 7 visar de tre utförandena vars syfte var att undersöka påverkan från terrängmodellens upplösning. På grund av att det generellt inte finns någon anledning att använda en upplösning för beräkningsnätet som är mindre än upplösningen i terrängmodellen läts denna upplösning också ändras.

Tabell 7. Tre olika utföranden av beräkningsnät för analys m.a.p. terrängmodellens upplösning.

| Utförande | Upplösning i beräkningsnät (m) | Upplösning i terrängmodell (m) | Antal element |
|-----------|--------------------------------|--------------------------------|---------------|
| 4 | 0,50 | 0,25 | 1 371 314 |
| 5 | 1,00 | 0,50 | 342 153 |
| 6 | 2,00 | 1,00 | 85 026 |

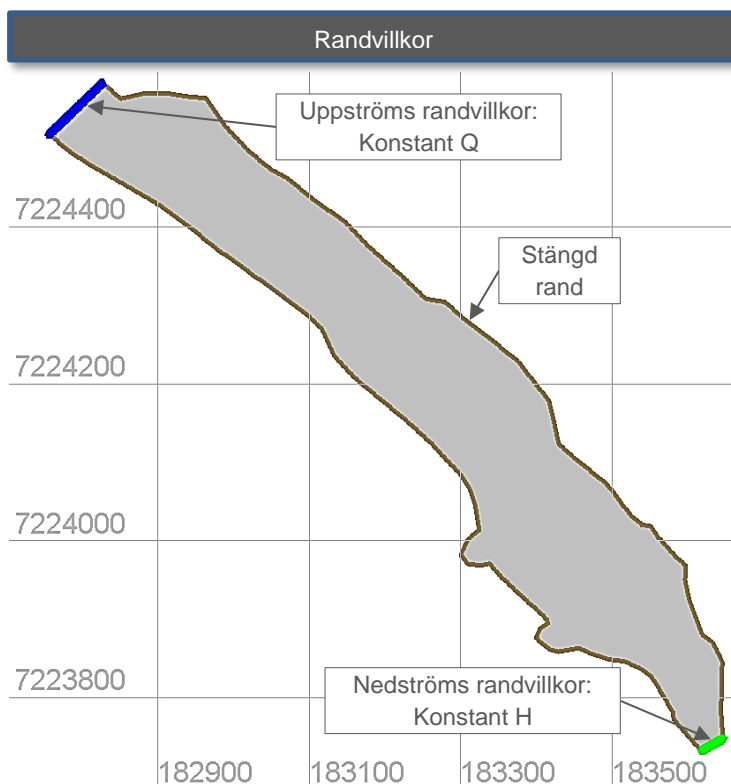
För att exemplifiera visas i Figur 23 beräkningsnätets principuppbyggnad med upplösningen 1,00 m över hela modellområdet. Terrängmodellen som användes hade upplösningen 0,10 m. För att undvika problem med simuleringen vid överfallsdammen nedströms i modellområdet upprättades en fördämningsfunktion i rutnätet. Den definierades efter noder i rutnätet uppströms respektive nedströms om överfallsdammens tröskel. Fördämningsfunktionens noder uppströms bestämdes höjdmässigt efter höjderna i terrängmodellen. Då området nedströms överfallsdammen inte ansågs relevant för vad som händer i torrfårans modellområde antogs den relativt låga nivån $z = 225$ m lokalt.



Figur 23. Principen för beräkningsnätets uppbyggnad inklusive

3.2.2 Hydrologiska data och randvillkor

För att korrekt förbereda en hydraulisk beräkningsmodell definierades randvillkor runt området. Randvillkoren uppströms och nedströms representerar de hydrologiska data som krävdes för att genomföra simuleringen. Uppströms randvillkor är satt till ett stationärt inflöde (Q) och nedströms randvillkor en påtvingad vattennivå, s.k. konstant höjd (H). Flöde över övriga ränder runt området antogs vara försumbara och definierades som stängda. Figur 24 visar hur randvillkoren placerades.



Figur 24. Randvillkorens placering för hela modellområdet.

Inflödet antogs variera mycket både över tid med årets variationer samt grund av spilltappning från dammen uppströms. Därför togs lågflöde, medelflöde och högflöde fram genom uppskattning och testsimuleringar, se Tabell 8.

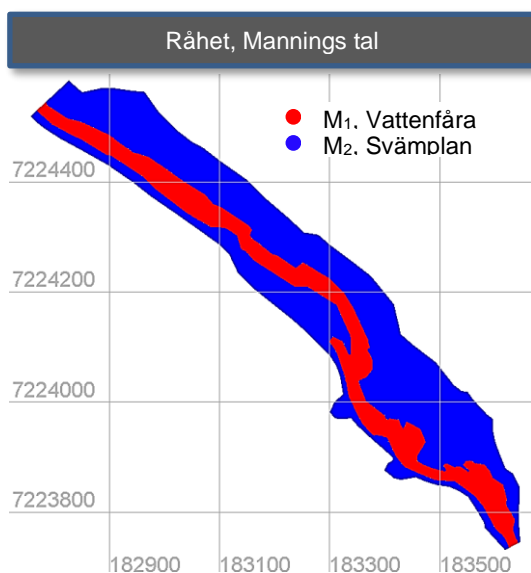
Tabell 8. Bestämning av lågflöde, medelflöde och högflöde.

| Flödestyp | Q (m ³ /s) |
|------------|-----------------------|
| Lågflöde | 1 |
| Medelflöde | 10 |
| Högflöde | 80 |

Nedströms randvillkor ansattes som en konstant påtvingad höjd av vattenytan till $z = 233$ m vilket var betydligt lägre än nivåer uppströms överfallsdammen och den ansatta fördämningsfunktionen i modellen. P.g.a. att den stora fallhöjden är strömningsförhållandena strax uppströms överfallsdammen och i torråran är beroende av tröskelnivån för överfallsdammen utgör denna en s.k. bestämmande sektion vid samtliga studerade flöden. Utflödet ur modellen som representeras av nedströms randvillkor antogs inte påverka flödet uppströms överfallsdammen.

3.2.3 Råhet

Råheten definierades i modellen som Mannings tal. Det gick att iaktta en betydligt större variation i geometrin på svämplanen, relativt vattenfåran, vilket antogs öka flödesmotståndet och minska Mannings tal. På grund av skillnaden mellan vattenfåra och svämplan delades området upp i två områden, se Figur 25. Ett exempel på denna skillnad kunde visuellt iaktas från terrängmodellen med orto-foto, se Figur 26.



Figur 25. Två områden i modellen med tilldelning av olika storlek på Mannings tal (M).



Figur 26. Illustrering av skillnad mellan råhet i vattenfåra och på svämplan.

Inga kalibreringsdata med vattennivåer fanns tillgängliga för området och råheten bestämdes därför istället utifrån Tabellerna 1-2 i Avsnitt 2.1.3.3. Vattenfåran antogs vara relativt slät med några pooler och rev och svämplanen antogs ha en vegetation som motsvarade en väldigt gles buskskog.

För att det antas finnas en korrelation mellan vilken råhet som finns i vattenfåran respektive på svämplanen antas Mannings tal för svämplanen vara lägre med faktor 0,8 relativt vattenfåran. Med hänsyn till detta samt att det är en 2D-modell som beaktas antas råheter för områdena ligga inom intervallen som visas i Tabell 9.

Tabell 9. Antagna intervall av Mannings tal (M) för vattenfåran respektive svämplanen.

| Område | Minimum M ($m^{1/3}/s$) | Medel M ($m^{1/3}/s$) | Maximum M ($m^{1/3}/s$) |
|------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|
| Vattenfåra | 17.5 | 25 | 32.5 |
| Svämplan | 14 | 20 | 26 |

3.2.4 Simuleringsförberedelse

För att köra simuleringar användes programvaran TELEMAC-MASCARET som är ett open-source beräkningsverktyg för hydraulisk modellering. För att kunna köra simuleringar importerades först följande upprättade indata:

- Höjdsatta beräkningsnätet som innehöll topografi och batymetri med anpassningar samt fördämningsfunktion.
- Randvillkor där villkoret uppströms sattes till stationärt inflöde och villkoret nedströms som sattes till påtvingad nivå på vattenytan.
- Råheten inom det modellerade området.

För att kunna köra simuleringar bestämdes också simuleringstiden och tidssteget. Dessutom ansattes turbulensmodeller för ett mer tillförlitligt resultat.

3.2.4.1 Simuleringstid

Alla simuleringar kördes till stationära förhållanden, d.v.s. tills oförändrande tillstånd i simuleringen uppstått. Simuleringstiden anpassades så att stationära förhållanden skulle nås i alla simuleringar vilket primärt var beroende av storleken på inflöde till modellen. För att effektivisera processen skapades så kallade hot-start-simuleringar, d.v.s. utgångspunkter från tidigare simuleringsresultat med lägre flöden än vad som avsågs simuleras. Detta gjorde att stationära förhållanden nåddes betydligt snabbare då mycket vatten redan fanns i modellen från simuleringens startpunkt. Med simuleringstiden 1,5 timmar uppnåddes tillförlitliga resultat vid samtliga studerade flöden.

3.2.4.2 Tidssteget

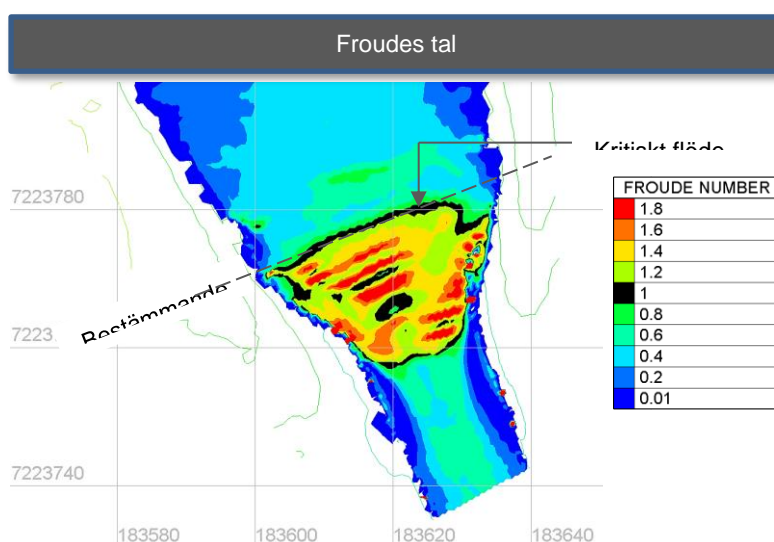
Även tidssteget bestämdes vid varje simulering. Detta gjordes på två olika sätt. Dels användes specifika storlekar på tidsstegen och för att simuleringarna skulle vara stabila krävdes det anpassning som var beroende av beräkningsnätets upplösning och vattenhastigheten. För simuleringar där denna metodik användes utvärderades Courants-talet för hela det modellerade området för att säkerställa tillförlitliga resultat. Vid de simuleringar som inte använde ett specifikt tidssteg definierades istället av ett fixerat Courants tal. Därmed tilläts tidssteget vara variabelt och förändrades under hela beräkningen.

3.2.4.3 Turbulensmodell

Olika turbulensmodeller utvärderades vid provsimuleringar vilket visade att k ϵ -modellen och Smagorinskys gav relativt lika resultat. Övriga modeller visade på vissa orealistiska vattenhastigheter på enskilda ställen och dessa användes således inte. k ϵ -modellen var mer krävande relativt Smagorinskys och användes endast till utredning av påverkan med avseende på beräkningsnätets och terrängmodellens upplösning. Den primära anledningen till detta var att inte lika många simuleringar avsågs simuleras. För att kvantitativt utreda hur inflöde och Mannings tal påverkade krävdes betydligt fler simuleringar och således valdes Smagorinskys turbulensmodell.

3.2.4.4 Testsimuleringar

Innan huvudsimuleringarna genomfördes kördes många test-simuleringar för att säkerställa att resultaten blev tillfredställande. På grund av att inga vattennivåer fanns tillgängliga för kalibrering undersöktes och utvärderades testsimuleringar med avseende på vattnets utbredning och Froudes-talet. För att utvärdera simuleringar med avseende på vattnets utbredning jämfördes simuleringsresultat med orto-foto på fåran. På så vis kunde de ansatta flödena för uppströms randvillkor valideras i sin rimlighet. Froudes-talet utvärderades också för att säkerställa att kritiskt flöde inträffade på förväntad plats. Teoretiskt bör en bestämmande sektion vara belägen vid överfallsdammens krön. En simulering kördes, innan tilltänt fördämningsfunktion applicerades, vilken visade att kritiskt flöde inträffade i sektionen. Nedströms den bestämmande sektioner iaktogs dock oscillationer för Froudes-talet genom hela fallet vilket inte är realistiskt och visar på behovet av fördämningsfunktionen. se Figur 27. Oscillationerna orsakades av ett för högt tidssteg, och därmed Courants tal lokalt. Det skulle krävts ett minskat tidssteg för att mer realistiskt återspegla strömningen vilket skulle varit för krävande med avseende på datorkraft.



Figur 27. Froudes-talet vid testsimulering runt områdets överfallsdamm.

3.3 OSÄKERHETER M.A.P. MODELLUPPLÖSNINGAR

För att utreda osäkerheter med avseende på terrängmodellens respektive beräkningsnätets upplösningar avsågs det göras en kvalitativ osäkerhets- och känslighetsanalys. Det gjordes genom att köra flera simuleringar där olika upplösningar på beräkningsnätet och terrängmodellen användes. Simuleringsresultaten som undersöktes var vattennivå, vattendjup och vattenhastighet.

3.3.1 Beräkningsnätets upplösning

För att undersöka hur beräkningsnätets upplösning påverkade simuleringsresultaten tilläts denna vara olika vid olika upplösningar medan övriga parametrar fixerades. Endast tidssteget tilläts vara olika för att modellen skulle vara stabil. Påverkan utvärderades vid låg-, medel- och högföden. Tabell 10 visar de olika kombinationer av inmatningar som användes vid respektive simulering.

Tabell 10. Kombinationer av inmatningar vid simuleringar för utvärdering av påverkan med avseende på beräkningsnätets upplösning.

| | Upplösning Beräkningsnät (m) | Upplösning Terrängmodell (m) | Q (m ³ /s) | M, Vattenfåra (m ^{1/3} /s) | M, Svämplan (m ^{1/3} /s) | Tid (s) | Tidssteg (s) | Turbulens- modell |
|---|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------|---|---|------------|-----------------|----------------------|
| 1 | 0,50 | 0,10 | 1 | 25 | 20 | 5400 | 0,8 | kE |
| 2 | 1,00 | 0,10 | 1 | 25 | 20 | 5400 | 2,0 | kE |
| 3 | 2,00 | 0,10 | 1 | 25 | 20 | 5400 | 2,0 | kE |
| 4 | 0,50 | 0,10 | 10 | 25 | 20 | 5400 | 0,6 | kE |
| 5 | 1,00 | 0,10 | 10 | 25 | 20 | 5400 | 1,6 | kE |
| 6 | 2,00 | 0,10 | 10 | 25 | 20 | 5400 | 1,6 | kE |
| 7 | 0,50 | 0,10 | 80 | 25 | 20 | 5400 | 0,3 | kE |
| 8 | 1,00 | 0,10 | 80 | 25 | 20 | 5400 | 0,5 | kE |
| 9 | 2,00 | 0,10 | 80 | 25 | 20 | 5400 | 1,0 | kE |

3.3.2 Terrängmodellens upplösning

På liknande sätt som hur påverkan m.a.p. beräkningsnätets upplösning utvärderades gjordes motsvarande analys för påverkan med avseende på terrängmodellens upplösning. Tabell 11 visar de olika kombinationer av inmatningar som användes vid respektive simulering.

Tabell 11. Kombinationer av inmatningar vid simuleringar för utvärdering av påverkan med avseende på terrängmodellens upplösning.

| | Upplösning Beräkningsnät (m) | Upplösning Terrängmodell (m) | Q (m ³ /s) | M, Vattenfåra (m ^{1/3} /s) | M, Svämplan (m ^{1/3} /s) | Tid (s) | Tidssteg (s) | Turbulens- modell |
|----|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------|---|---|------------|-----------------|----------------------|
| 10 | 0,50 | 0,25 | 1 | 25 | 20 | 5400 | 0,8 | kE |
| 11 | 1,00 | 0,50 | 1 | 25 | 20 | 5400 | 2,0 | kE |
| 12 | 2,00 | 1,00 | 1 | 25 | 20 | 5400 | 2,0 | kE |
| 13 | 0,50 | 0,25 | 10 | 25 | 20 | 5400 | 0,6 | kE |
| 14 | 1,00 | 0,50 | 10 | 25 | 20 | 5400 | 1,6 | kE |
| 15 | 2,00 | 1,00 | 10 | 25 | 20 | 5400 | 1,6 | kE |
| 16 | 0,50 | 0,25 | 80 | 25 | 20 | 5400 | 0,3 | kE |
| 17 | 1,00 | 0,50 | 80 | 25 | 20 | 5400 | 0,5 | kE |
| 18 | 2,00 | 1,00 | 80 | 25 | 20 | 5400 | 1,0 | kE |

3.3.3 Kvalitativ osäkerhets- och känslighetsanalys

För att utreda påverkan på simuleringens resultat m.a.p. upplösningen i beräkningsnätet respektive terrängmodellen analyserades simuleringens resultat för vattenyta, vattendjup och vattenhastighet visuellt. För att göra analysen upprättades flera raster som visade ett urval av de olika simuleringarnas resultat enskilt. Olika simuleringens resultat jämfördes också med varandra genom upprättning av raster som visade differenser med avseende på vattendjup respektive vattenhastighet, för att tydligare visa på skillnader. Alla raster skapades i programvaran QGIS med tillägget Post TELEMAC som är avsett för efterbehandling av simuleringens resultat. Utöver raster skapades också flera tvärsektioner samt en profil längs torrfåran som ett komplement för att illustrera skillnaderna mellan de olika simuleringens resultat som erhöles. Sektionerna togs fram genom script skrivna i programmeringsspråket Python.

3.4 OSÄKERHETER M.A.P. INFLÖDE OCH RÅHET

För att utreda den osäkerhet som kan uppkomma i simuleringsresultatet ifall inmatningsparametrar är osäkra gjordes en kvantitativ osäkerhets- och känslighetsanalys. Inmatningsparametrarna som betraktades medförde de största osäkerheterna i simuleringsresultatet var inflödet och Mannings tal. Anledningen att endast dessa parametrar valdes grundar sig i teorin som betonar vikten att begränsa parametrar antalet parametrar genom fixering av de som inte är lika viktiga, se Avsnitt 2.4.1.1. Genom att låta dessa variera som inmatningsvariabler till den hydrauliska modellen kunde en variation också erhållas i simuleringsresultaten vattendjup och vattenhastighet.

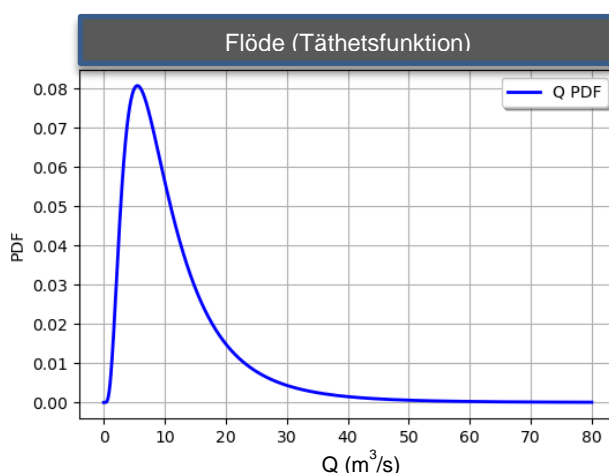
Alla beräkningsmetoder som användes för analyserna gjordes genom script framtagna i programmeringsspråket Python. Python-biblioteket OpenTURNS (Open source initiative for the Treatment of Uncertainties, Risks'N Statistics) som är anpassat för osäkerhets- och känsligheter och är den enskilt största källan för skapandet av de script som användes.

3.4.1 Inmatningsvariabler

För att analysera hur inmatningsparametrarna inflöde (Q) och Mannings tal (M) påverkade simuleringsresultaten tilläts de variera inom fördefinierade intervaller och definieras således istället som inmatningsvariabler.

3.4.1.1 Flöde

I Avsnitt 3.2.2, Tabell 8 visas de flöden som antas motsvara förväntade flöden i området. För att efterlikna verklighetens flöden i området så väl som möjligt uppskattades en sannolikhetsfördelning. Fördelningen Lognormal (2.2, 0.7) antogs stämma relativt bra för att erhålla lägsta värden nära 1 (m^3/s), medelvärde nära 10 (m^3/s) och högsta värde nära 80 (m^3/s), se Figur 28.

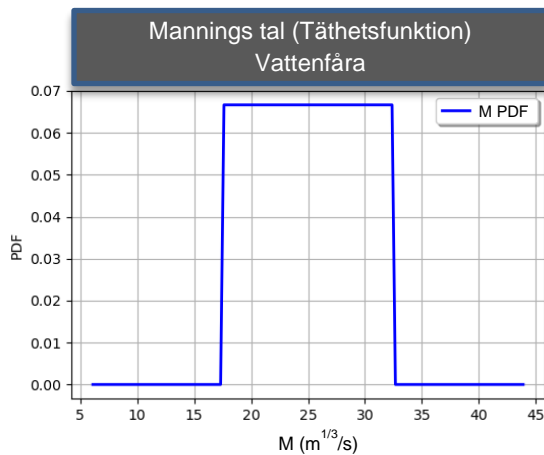


Figur 28. Tähetsfunktionen för inflödet Q.

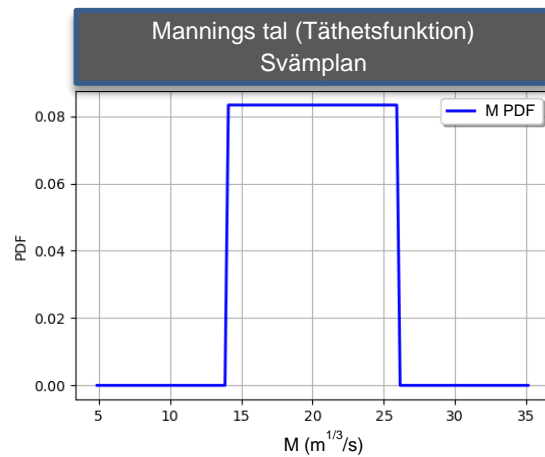
3.4.1.2 Mannings tal

I Avsnitt 3.2.3 redovisas inom vilka intervall Mannings tal antas ligga inom. Då ingen kalibreringsdata fanns tillgänglig var bestämningen av sannolikhetsfördelningen relativt osäker. För att låta Mannings tal anta värden inom hela intervallet valdes sannolikhetsfördelningen

Uniform (17.5, 32.5) för vattenfåran. På grund av korrelationen mellan vattenfåran och svämplanen erhålls fördelningen Uniform (14, 26) för svämplanen. Vattenfårans Mannings tal kommer därmed styra råkheten för hela modellen, se Figur 29-30.



Figur 29. Täckthetsfunktionen för vattenfårans Mannings tal.



Figur 30. Täckthetsfunktionen för svämplanens Mannings tal.

3.4.2 Urvalsprocess

Målet med urvalsprocessen var att skapa en uppsättning inmatningsvektorer där varje rad motsvarade ett framtaget värde inom sannolikhetsfördelningarna och sedermera agera underlag för ett större antal simuleringar. Den urvalsmetod som användes för inmatningsvariablerna var Quasi Monte Carlo genom Sobol-sekvenser.

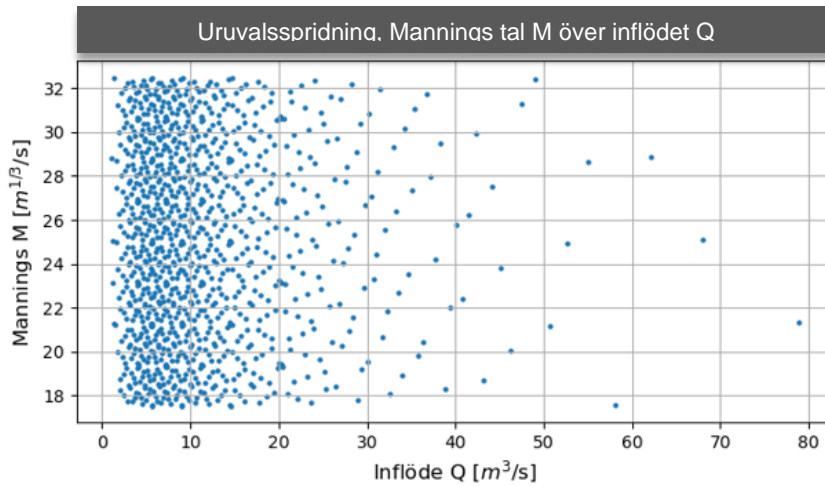
3.4.2.1 Quasi Monte Carlo

Genom att använda metoden Quasi Monte Carlo genom Sobol-sekvenser från inmatningsvariablernas fastställda täckthetsfunktioner gjordes urval för att täcka upp hela sannolikhetsdomänen. Målet var att urvalet skulle ligga så nära den framtagna sannolikhetsfördelningen som möjligt. För att uppnå detta valdes storleken på urvalet till 1024. Teoretiskt är det tillräckligt stort för att QMC ska vara den mest effektiva metoden och dessutom ge en tillräckligt stor grund för att tillförlitliga resultat ska kunna uppnås. Genom Python-script från openTURNS-biblioteket användes de ansatta sannolikhetsfördelningarna för inflödet (Q) och Mannings tal (M) för att erhålla en matris för hela urvalet. Varje kolumn i matrisen motsvarade respektive inmatningsvektor, se Tabell 12.

Tabell 12. Urval från de beaktade inmatningsvariablerna.

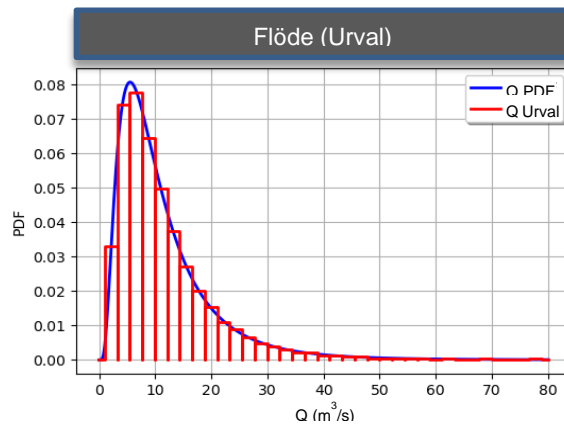
| Nr (#) | Q (Inflöde) (m ³ /s) | M (Vattenfåra) (m ^{1/3} /s) | M (Svämplan) (m ^{1/3} /s) |
|--------|------------------------------------|---|---------------------------------------|
| 1 | 9.03 | 25.00 | 20.00 |
| 2 | 14.5 | 21.25 | 17.00 |
| 3 | 5.63 | 28.75 | 23.00 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 1022 | 9.04 | 21.29 | 17.04 |
| 1023 | 1.03 | 28.79 | 23.04 |
| 1024 | 1.12 | 23.15 | 18.52 |

För att ge en bild av hur hela urvalet spred sig inom urvalsrummet plottades Mannings tal över inflödet, se Figur 31.

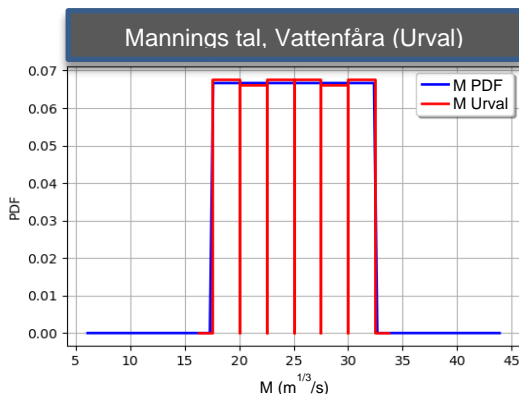


Figur 31. Urvalet som visar spridningen av Mannings tal i fåran och inflödet.

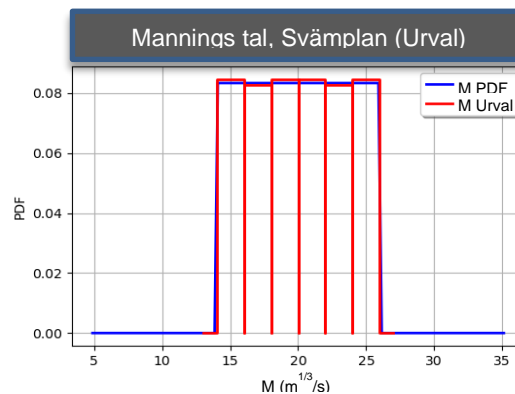
För att se hur väl urvalet definierats jämfört med antagen fördelningsfunktion skapades histogram. Histogrammen analyserades för varje inmatningsvariabel och visas i Figur 32-34. Urvalet ansågs tillfredställande och användes som grund för hela utvärderingen av inflödets och råhetens påverkan på simuleringsresultaten.



Figur 32. Histogram av urvalet för flödet jämfört mot den ursprungliga täthetsfunktionen.



Figur 33. Histogram av urvalet för vattenfårans Mannings tal (M).



Figur 34. Histogram av urvalet för svämplanens Mannings tal (M).

3.4.3 Batch-simulering

Då ett urval var erhållet fanns allt som behövdes för att köra simuleringar. Då bara inflödet och Mannings tal tilläts varierades övriga inmatningsdata. Tester genomfördes innan batch-simulering som visade att stationära förhållanden erhöles efter tid 5400 och simuleringar var stabila vid bestämt Courants tal (CFL) på 7.

I Tabell 13 visas de inmatningsdata som fixerades vid alla simuleringar som avsågs utreda vilken påverkan inflödet och råheten hade.

Tabell 13. Fixerade inmatningsdata för batch-simulering.

| Nr (#) | Upplösning Beräkningsnät (m) | Upplösning Terrängmodell (m) | Tid (s) | Tidssteg (s) | Turbulensmodell |
|--------|------------------------------|------------------------------|---------|--------------|-----------------|
| 1-1024 | 0,50 | 0,10 | 5400 | Var. (CFL=7) | Smagorinskys |

För att kunna genomföra många simuleringar utan att behöva repetera processen av att göra dem enskilt utfördes batch-simulering. Batch-simulering innebär att en kö av simuleringar upprättas för att på ett effektivare sätt kunna köra många simuleringar åt gången. Batch-simuleringen förbereddes genom script skapade i Python genom att ladda in de skapade urvalsvektorer i nya enskilda simuleringsfiler. För varje kombination från urvalet skapades en ny simuleringsfil. En ytterligare fil skapades som innehöll en kö för att alla simuleringar skulle köras en efter en.

På grund av att så många simuleringar skulle köras var det inte möjligt att använda en vanlig persondator. Istället användes en superdator på PDC Paralleldatorcentrum vid KTH för att kunna genomföra simuleringarna inom rimlig tid. Beräkningarna utfördes på 64 st. processorer och medelsimuleringstid var ca. 6 minut och 45 sekunder per simulering. Genom att köra 10 st. Batch-simuleringar samtidigt med 100-124 simuleringar för varje kunde alla 1024 simuleringar köras på ca. 11 timmar. För att begränsad datamängden sparades endast första och sista tidssteg i resultat-filen. Datamängden för hela simuleringresultatet uppgick till ca 71 GB.

3.4.4 Simuleringsresultat

Utdata som erhöles från batch-simuleringen innehöll information om vattendjup och vattenhastigheter i alla punkter från hela modellens beräkningsnät. För att göra analysen mer hanterbar valdes fem kontrollpunkter ut längs torrfåran, se Figur 35. Avsikten med valet av de fem punkterna var att täcka in olika strömningsförhållanden för en mer intressant analys.



Figur 35. Utvalda kontrollpunkter från den simulerade responsen för utvärdering av osäkerheter och känsligheter. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

Data innehållande vattendjup och vattenhastighet extraherades från de fem kontrollpunkterna och placerades i utmatningsvektorer. Utmatningsvektorerna kunde sedan importeras till Python för osäkerhets- och känslighetsanalys.

3.4.5 Osäkerhetsanalys

Osäkerhetsanalysen gjordes med två olika metoder. Först användes en metod där variationen endast undersöktes med hänseende till rådata från erhållna utmatningsvektorer. Den andra metoden innebar skapandet av en surrogatmodell genom Polynomial Chaos Expansion.

3.4.5.1 Modellresponsens variation

Genom att endast betrakta erhållna modellresponser för vattendjup och vattenhastighet kunde modellresponsens variationen analyseras. Vattendjupet och vattenhastigheten behandlades båda separat och täthetsfunktioner som visade dess variationer upprättades vid varje kontrollpunkt. Från Avsnitt 2.4.1.4 användes Ekvationer 20-22 sedan för att beräkna medelvärde, varians och standardavvikelse.

3.4.5.2 Polynomial Chaos Expansion

Polynomial Chaos Expansion (PCE) upprättades för alla de fem kontrollpunkterna. Genom en kombination av att både ta hänsyn till inmatningsvektorerna, vars sannolikhetsfördelning var känd, och modellresponsen skapades surrogatmodellen. Från Avsnitt 2.4.2.2 hämtades hela metodiken som användes. Ekvation 23 beskriver uppställningen av polynomet som först gjordes.

Polynomet och dess koefficienter togs fram genom att ställa inflödets och Mannings tals bestämda täthetsfunktioner på en PCE-bas. Genom trunkering med metoden Fixed Strategy begränsades storleken på basen till den totala ordningen 8 vilket iterativt togs fram. Genom detta kunde polynomet beskrivet av Ekvation 24 erhållas. Koefficienterna för PCE bestämdes genom Least Squares Strategy där både simuleringsresultat och inmatningsparametrarna togs hänsyn till. Utglesning av polynomet gjordes sedan genom Least Angle Regression Strategy. I slutänden utvärderades dock både gles och klassisk PCE.

På grund av att den PCE som skapades var en ny surrogatmodell som inte utvärderats gjordes en validering av polynomet. Detta åstadkoms genom att dela upp både inmatningsvektorerna och utmatningsvektorerna i två delar. Således erhöles två oberoende urval av både indata och utdata. Genom att skapa en ny PCE av det ena urvalet och sedan i ett diagram jämföra polynomets uppskattning av modellresponsen jämfört med den riktiga modellens respons. Nash-Sutcliffe modell efficiency coefficient Q_2 beräknades också för att ett kvantitativt mått på valideringen skulle erhållas, se Ekvation 25. Valideringen gjordes för både vattendjup och vattenhastighet i alla fem kontrollpunkter.

När PCE-modellen väl var validerad undersöktes osäkerheter för vattendjupet och vattenhastigheten. Från polynomet kunde medelvärdet hämtas direkt från den första koefficienten, se Ekvation 26. Genom Ekvation 27 beräknades variansen direkt från övriga koefficienter. Likt vid utvärdering av den råa modellresponsens variation beräknades även standardavvikelse genom Ekvation 28.

3.4.6 Känslighetsanalys

När osäkerheterna för vattendjupet och vattenhastigheten väl var erhållna, var det av intresse att undersöka hur stor andel av osäkerheten som vardera inmatningsvariabler stod för. För att få en känsla för sambanden gjordes först en kvalitativ känslighetsanalys där det upprättades flera diagram där de båda inmatningsvariablerna (inflöde och Mannings tal) ställdes mot utmatningsvariablerna (vattendjup och vattenhastighet). Även så kallade Cobweb-grafer upprättades vilka illustrerade hur intervall för vattendjup och vattenhastighet påverkades av olika värden på inflöde och Mannings tal.

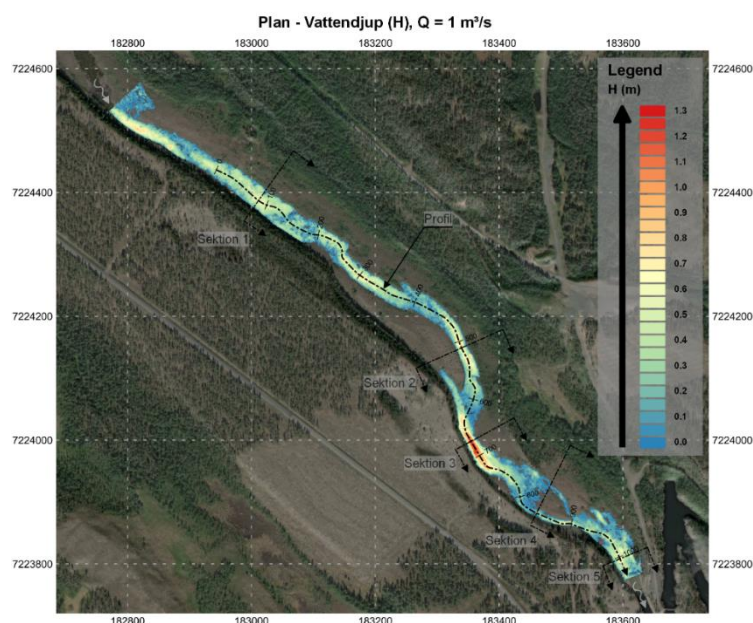
Metoden som användes för att utföra den kvantitativa känslighetsanalysen var Polynomial Chaos Expansion. Polynomet var redan erhållet från användningen vid osäkerhetsanalysen. Känsligheten för flödet och Mannings tal kvantifierades genom att beräkna Sobols känslighetsindex av första och totala med Ekvationerna 36-38. Tabeller och diagram som visade resultatet i alla de fem kontrollpunkterna upprättades, både för vattendjupet och vattenhastigheten.

4 RESULTAT

4.1 SIMULERINGSRESULTAT

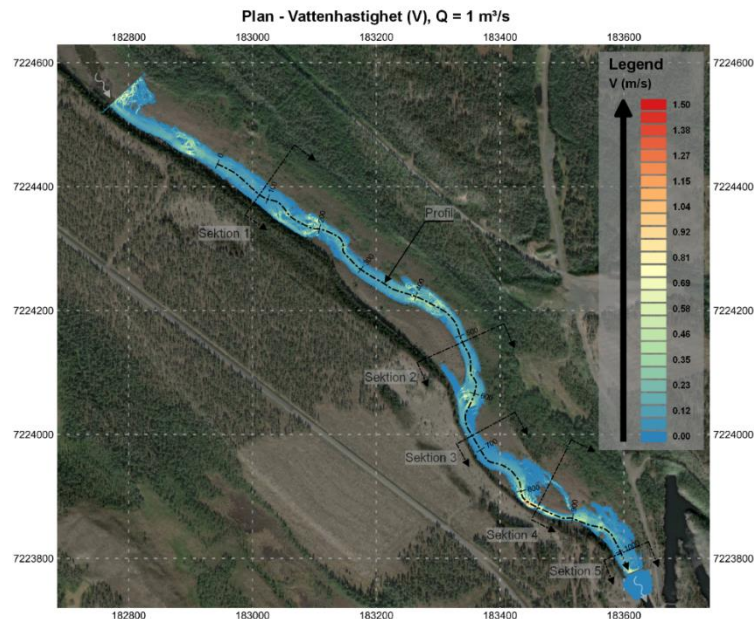
I detta avsnitt redovisas resultatet från de simuleringar som kördes. Figur 36-41 representerar raster för alla olika kombinationer av upplösning för både beräkningsnätet och terrängmodellen som utvärderades på grund av att skillnader vid använd skala inte kunde iaktas. Planerna innehåller en profillinje med längdenheter (m) samt fem sektioner som används som referens för förklaringar. På grund av att området närmast randvillkoret uppströms antas styras av just randvillkoret beaktas endast området nedströms längdmätning 0 m från profillinjen.

I Figur 36 visas vattendjupet vid uppskattat lågflöde och resultatet verkar visa på väldigt liknande utseende som orto-fotot som används visar. Vattendjupet är relativt litet och nästan inget vatten rör sig över svämplanen.



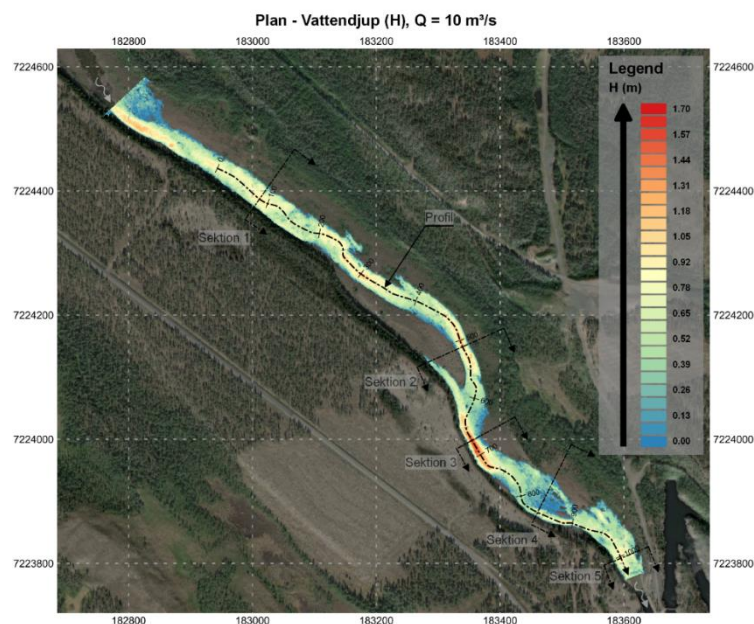
Figur 36. Simulerat vattendjup i torråran vid lågflöde. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 37 visas vattenhastigheten vid uppskattat lågflöde. I den största delen av torråran rör sig vattnet med väldigt låg hastighet. Störst är hastigheten i intervallet 800 – 900 m längs profilen (Sektion 4).



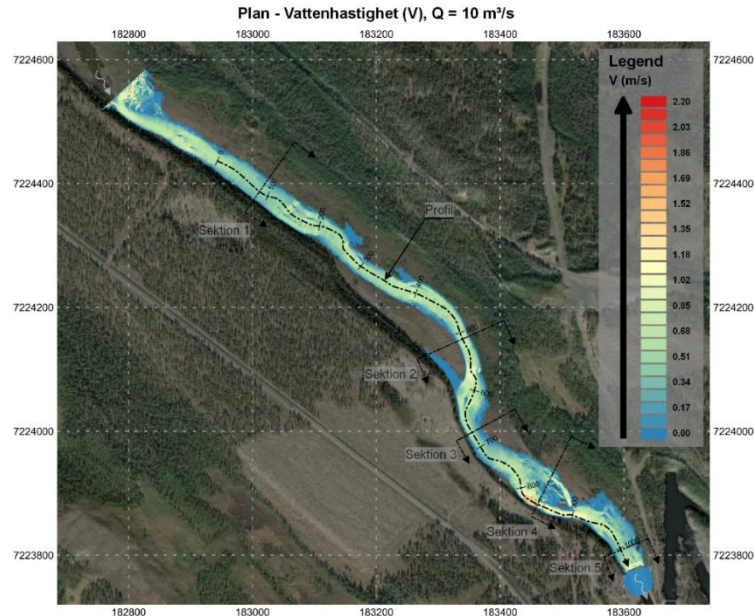
Figur 37. Simulerad vattenhastighet i torråran vid lågflöde. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 38 visas vattendjupet vid uppskattat medelflöde. Vattendjupet är betydligt större relativt simulerat lågflöde men det rinner fortfarande inte speciellt mycket över svämplanen. Vid Sektion 4 kan man dock iakttä något mer vatten över svämplanet på vänster sida.



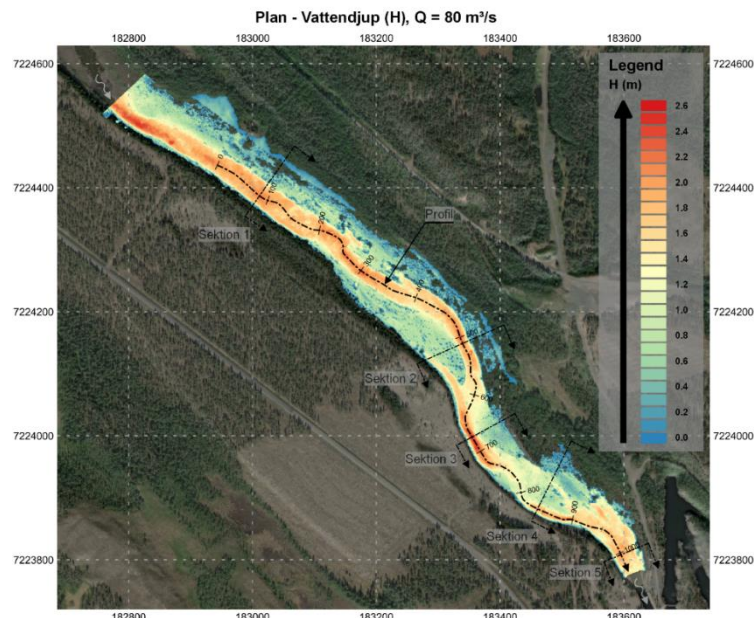
Figur 38. Simulerat vattendjup i torråran vid medelflöde. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 39 visas vattenhastigheten vid uppskattat medelflöde. Vattenhastigheten har också ökat mycket längs hela torrån. De största hastigheterna uppkommer på ungefär samma ställe som vid lågflöde d.v.s. runt sektion 4.



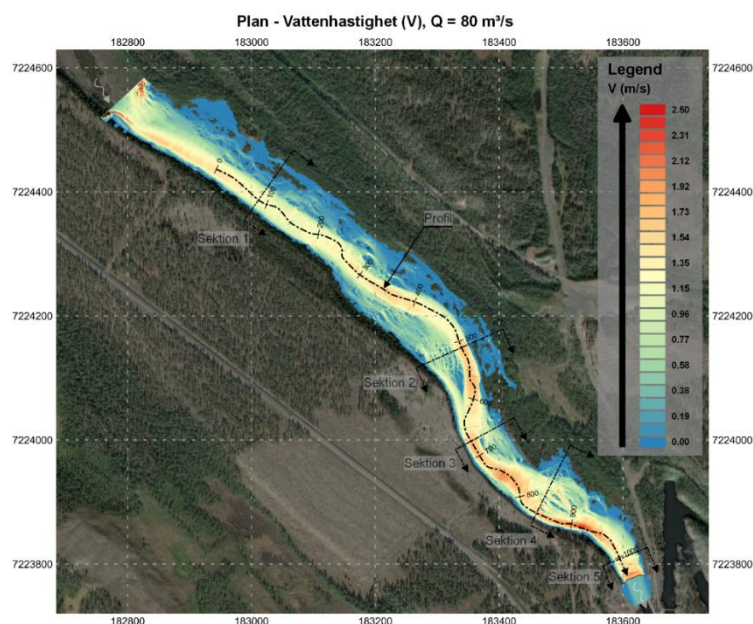
Figur 39. Simulerad vattenhastighet i torrån vid medelflöde. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 40 visas vattendjupet vid uppskattat högflöde. Här har alla svämplan till synes svämmats över och vi finner betydligt större vattendjup över hela området.



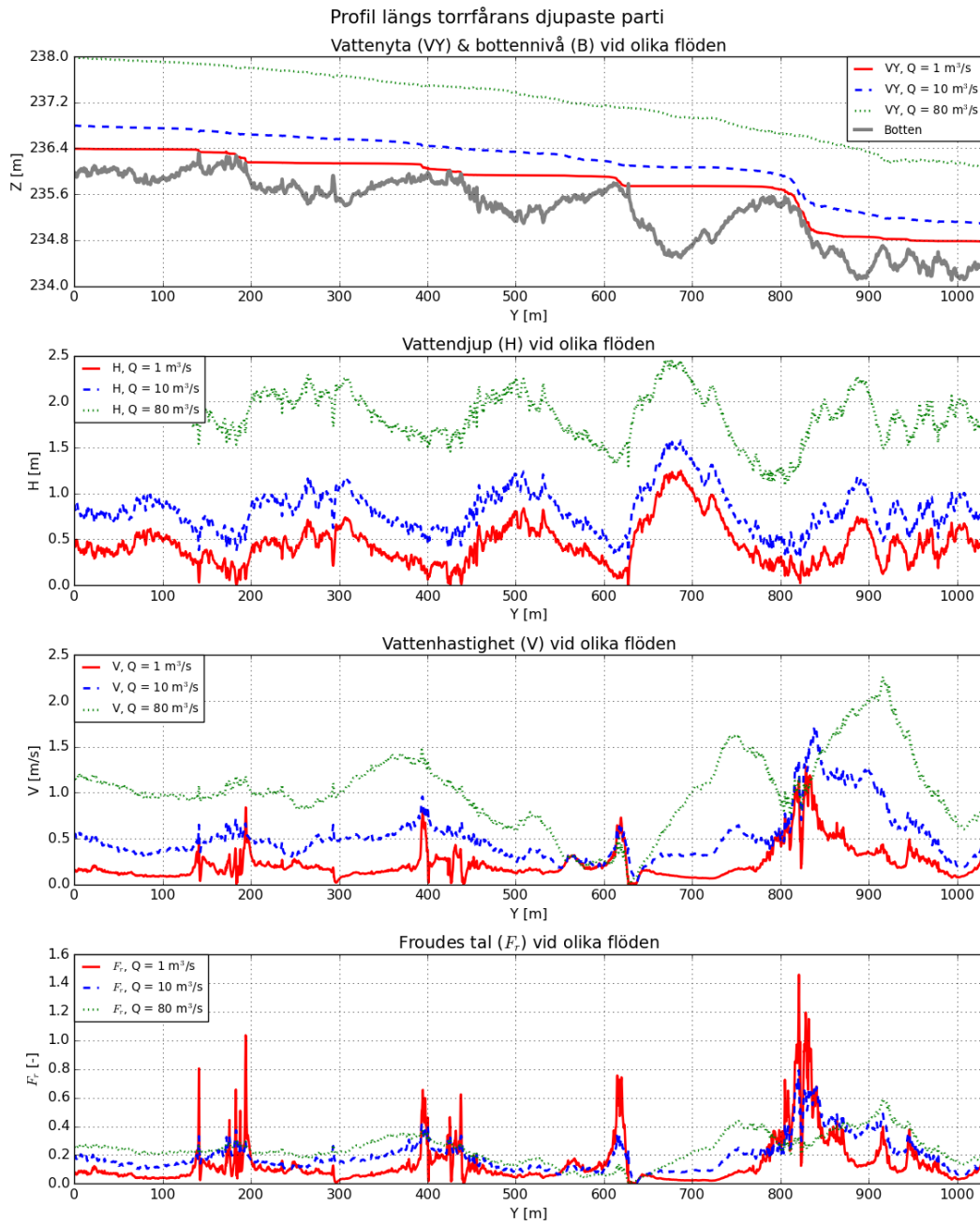
Figur 40. Simulerat vattendjup i torrån vid högflöde. Källa: Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 41 visas vattenhastigheten vid uppskattat högflöde. Hastigheten i hela fåran har ökat ytterligare. På stora delar av svämplanen är vattenhastigheten väldigt låg, men det bör noteras att svämplanet till höger i intervallet 300 - 600 m längs profillinjen har stråk med ganska höga vattenhastigheter. Även svämplanet till vänster om fåran vid sektion 4 visar liknande mönster. Positionen för den största hastigheten i området har även skjutits nedströms och ligger nu runt dryga 900 m på profillinjen.



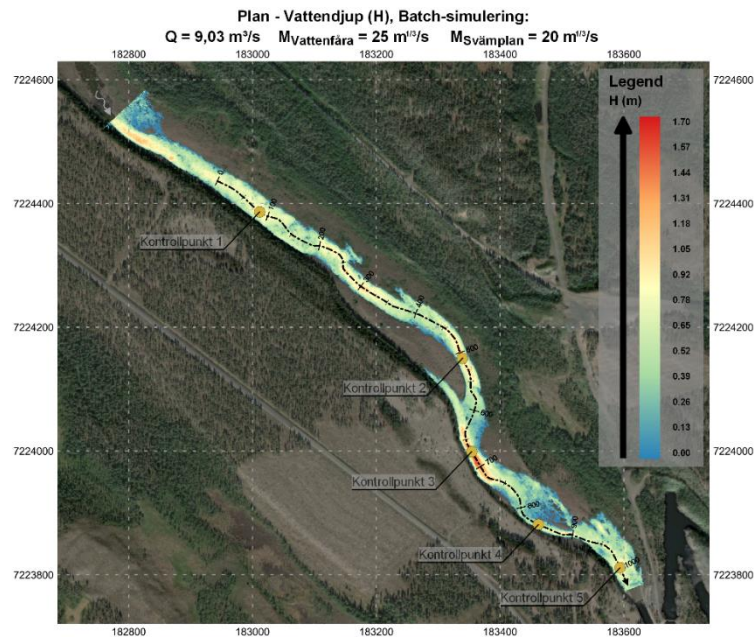
Figur 41. Simulerad vattenhastighet i torrfåran vid högflöde. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 42 visas en profil där vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet längs torrårans djupaste parti kan iaktas. Läget för profillinjen är också markerad på alla raster. Många fenomen som kunde iaktas i raster, Figurer 36-41, visas också i profil. Vattenhastigheterna korrelerar tydligt till de snabba höjdminskningarna på bottennivån och det stora maximivärdet nedströms i torrårans är kraftigt förskjutet nedströms, längdmätning ca. 830 - 910 m . Fenomenet går även att se på vattenytans nivåer och Froudes tal. Något som bör noteras är att Froudes tal i större utsträckning visar på nästan kritiskt eller stråkande strömningstillstånd ($F_r > 1$) vid de naturliga trösklarna när inflödet till modellen är mindre. Vattendjupet längs profillinjen ser ut att vara nästan helt proportionellt med flödet genom hela vattenfåran.



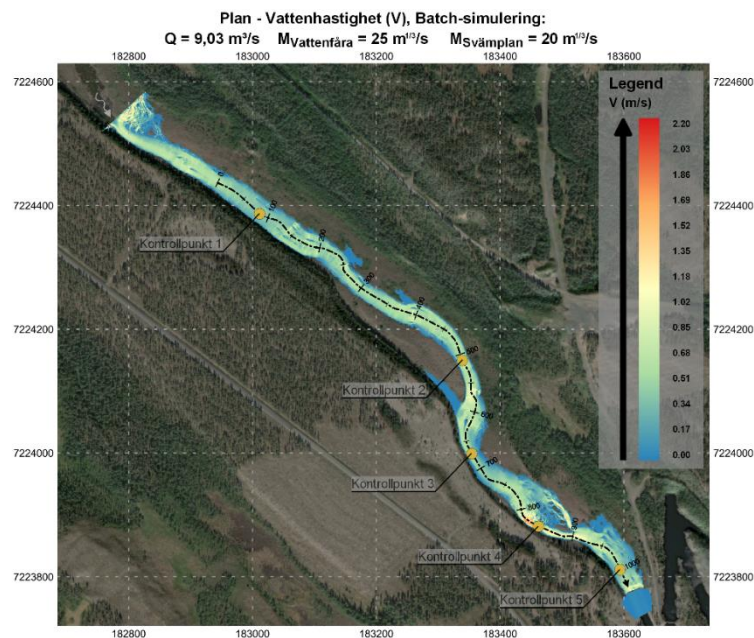
Figur 42. Profil som visar vattenyta, bottennivå, vattendjup, vattenhastighet och Froudes tal längs torrårans djupaste parti.

I Figur 43 visas simuleringsresultatet för vattendjupet från den första av de 1024 simuleringar, se Tabell 12, som kördes i batch för att utreda osäkerheter m.a.p. flöde och råhet.



Figur 43. Urval av simulerat vattendjup i torråran vid batch-simulering. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 44 visas simuleringsresultatet för vattenhastigheten från den första av de 1024 simuleringar som kördes i batch för att utreda osäkerheter m.a.p. flöde och råhet.



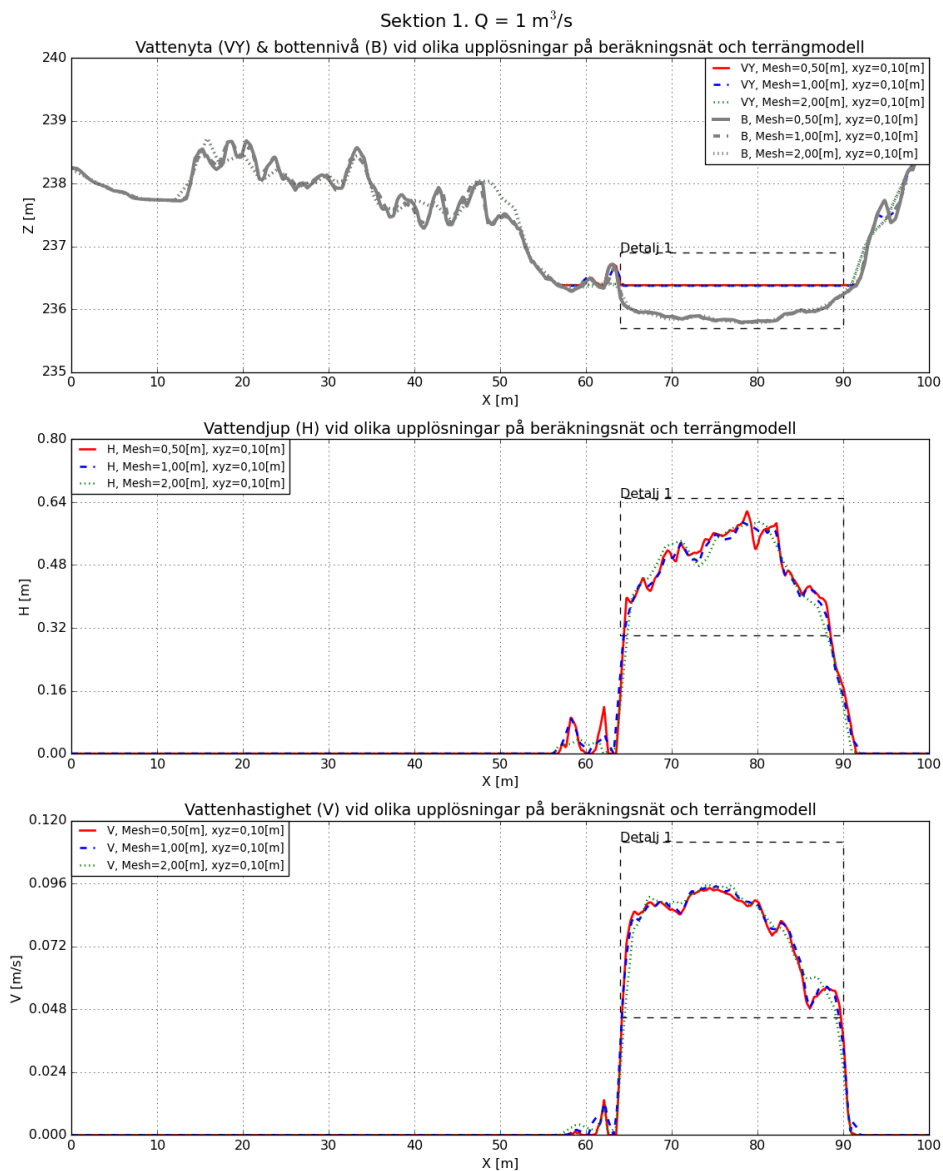
Figur 44. Simulerad vattenhastighet i torråran vid högflöde. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

4.2 OSÄKERHETER M.A.P. MODELLUPPLÖSNINGAR

För att belysa skillnader som skulle vara svåra att se vid jämförelse mellan enskilt presenterade simuleringar med olika indata presenteras differenser mellan olika simuleringsresultat som raster. Raster kompletteras också med tvärsnitt som visar simuleringsresultat från olika upplösningsindata. Osäkerheter i både vattendjup och vattenhastighet beaktas. På grund av att området närmast randvillkoret uppströms antas styras av just randvillkoret beaktas endast området nedströms längdmätning 0 m från profillinjen.

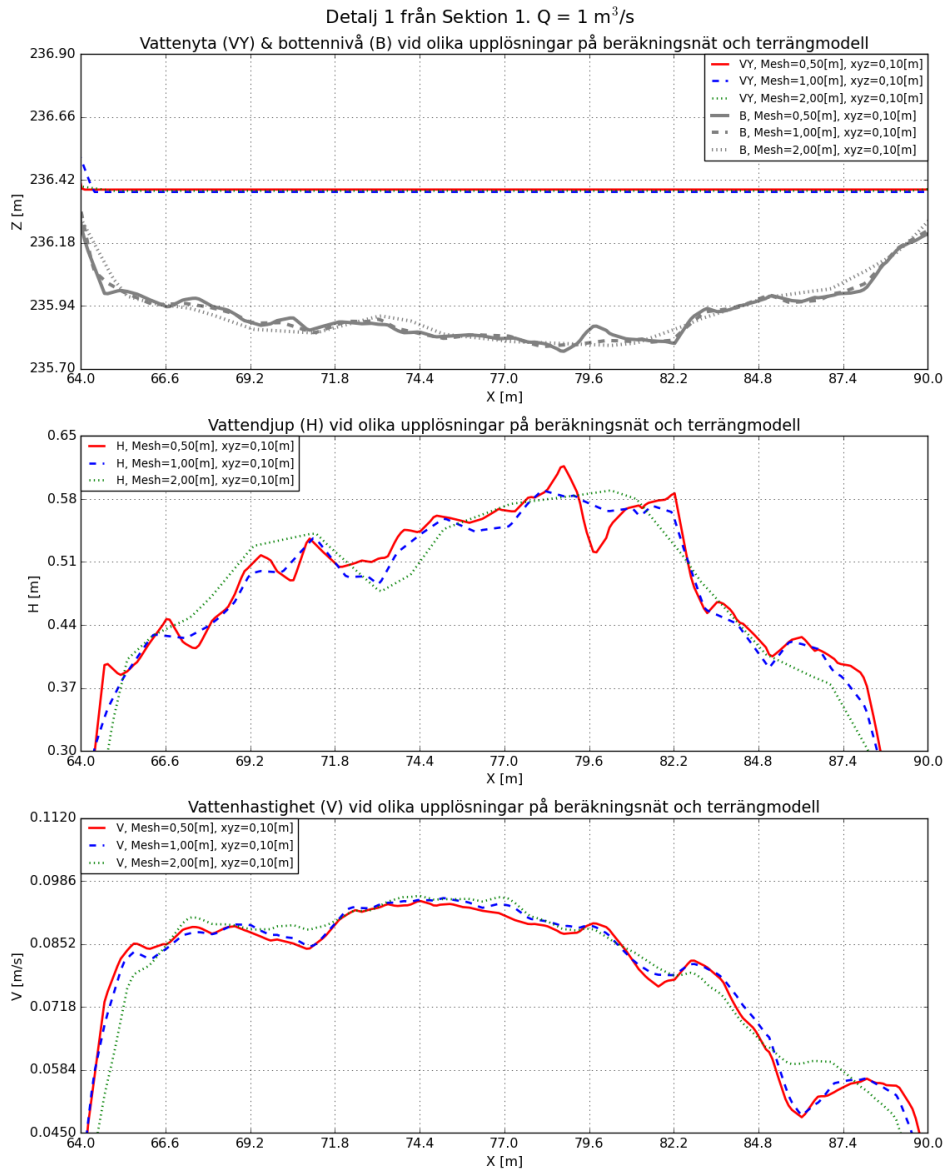
4.2.1 Beräkningsnätets upplösning

I Figur 45 visas Sektion 1 vid lågflöde. Det kan i sektionen iaktas att nivån för vattenytan nästan är helt oberoende av vilka upplösningar som använts för modellen. Med andra ord finns det ingen differens mellan olika simuleringars vattenytor med avseende på upplösning. Detta gäller i stort var man än tar ut en sektion från modellen. Vattendjup och vattenhastighet visar dock vissa skillnader mellan simuleringarna. I Figurer A1-A5 i Appendix A visas Sektioner 1-5 vid högflöde.



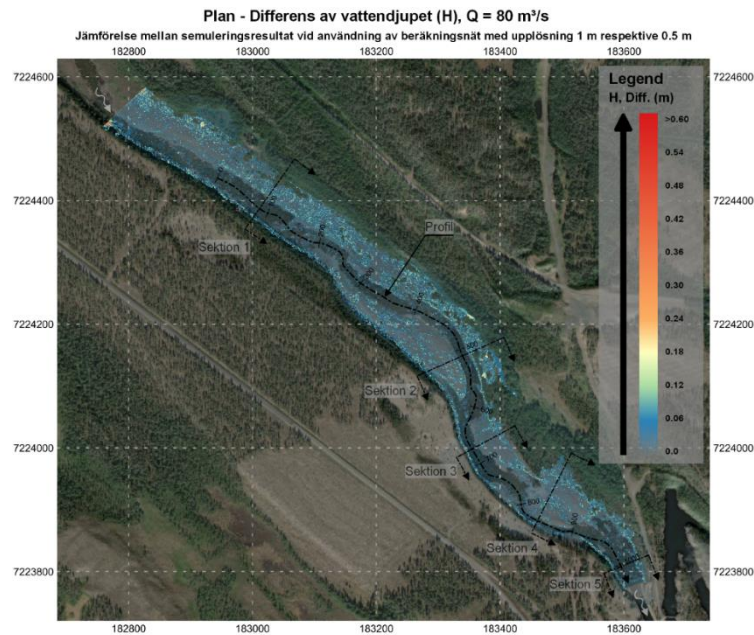
Figur 45. Jämförelse av påverkan m.a.p. beräkningsnätets upplösning vid lågflöde i Sektion 1.

I Figur 46 visas Detalj 1 på vattenfåran från Sektion 1. Simuleringar med olika upplösningar på beräkningsnätet är ställda mot varandra vid lågflöde. Vid jämförelse mellan simuleringresultat där beräkningsnätets upplösning är 2,0 m respektive 0,5 m finns det skillnader som är när ca. 5 cm vilket motsvarar cirka 10 %. Vid motsvarande jämförelse för vattenhastigheten erhålls den maximala skillnaden till ca. 0,003 m/s vilket motsvarar ca. 5%. Skillnader finns alltså men de är relativt små jämfört med andra platser i modellen.



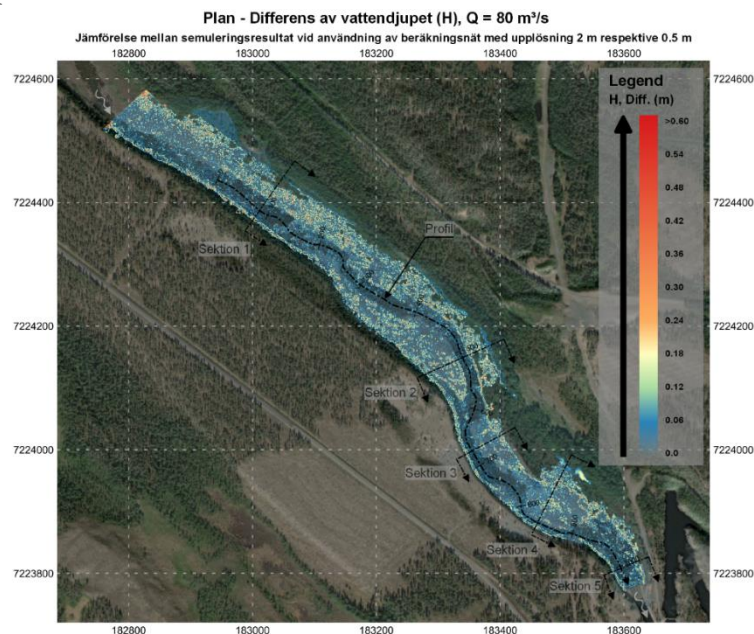
Figur 46. Jämförelse av påverkan m.a.p. beräkningsnätets upplösning vid lågflöde i Detalj 1 från Sektion 1.

För att utreda skillnader över hela simuleringsområdet visas i Figur 47 en differens mellan vattendjup vid högflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 1,0 m respektive 0,5 m. Differensen mellan vattendjupen i detta raster antar betydligt större värden på svämplanen än fåran. Liknande differenser i fåran antas även vid låg- och medelflöde.



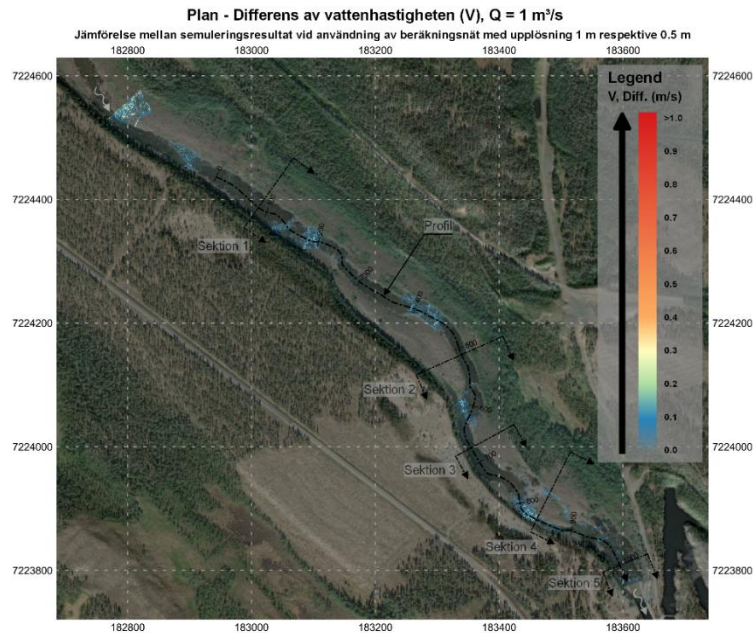
Figur 47. Differens mellan vattendjup vid högflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 1,0 m respektive 0,5 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 48 visas differensen mellan vattendjup vid högflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 2,0 m respektive 0,5 m. Relativt stora differenser kan iakttagas över hela svämplanen.



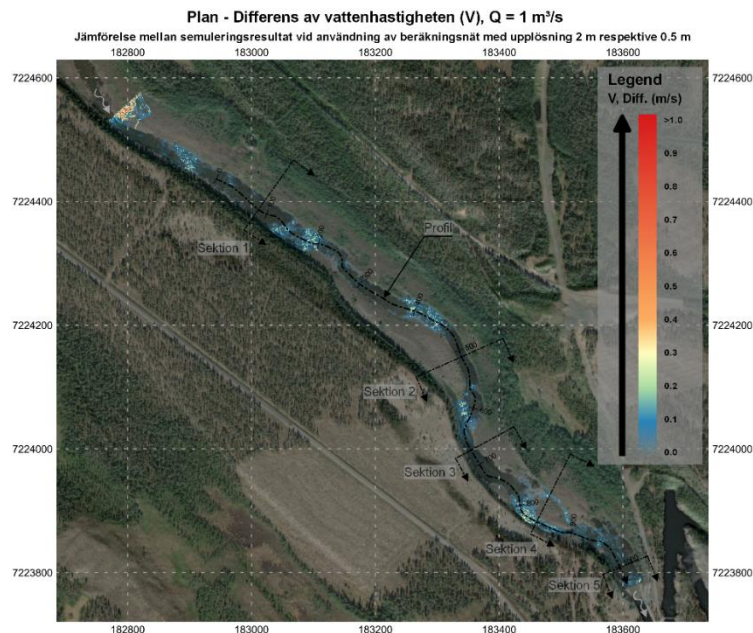
Figur 48. Differens mellan vattendjup vid högflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 2,0 m respektive 0,5 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 49 visas differensen mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 1,0 m respektive 0,5 m. Det bör noteras att differenserna är som störst där bottenlutningen är som störst, se Figur 42. Dessa områden sammanfaller med de platser där större stenar också kan iakttas i vattendraget, se Figur 16. Differensen vid lågflöde är ungefär lika stor som vid medelflöden och maximivärden iakttas på samma ställen.



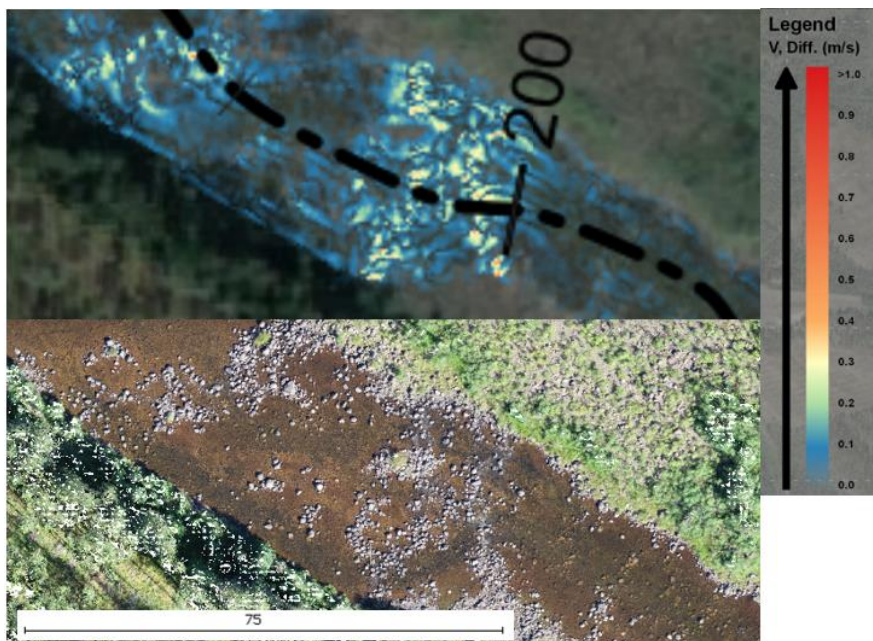
Figur 49. Differens mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 2,0 m respektive 0,5 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 50 visas differensen mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 2,0 m respektive 0,5 m. Med ökad skillnad på upplösningen ökar differensen, men maximivärdena uppkommer på samma ställen. Samma tendens erhålls vid medelflöde. Differensen vid lågflöde är ungefär lika stor som vid medelflöden inträffar vid samma ställen.



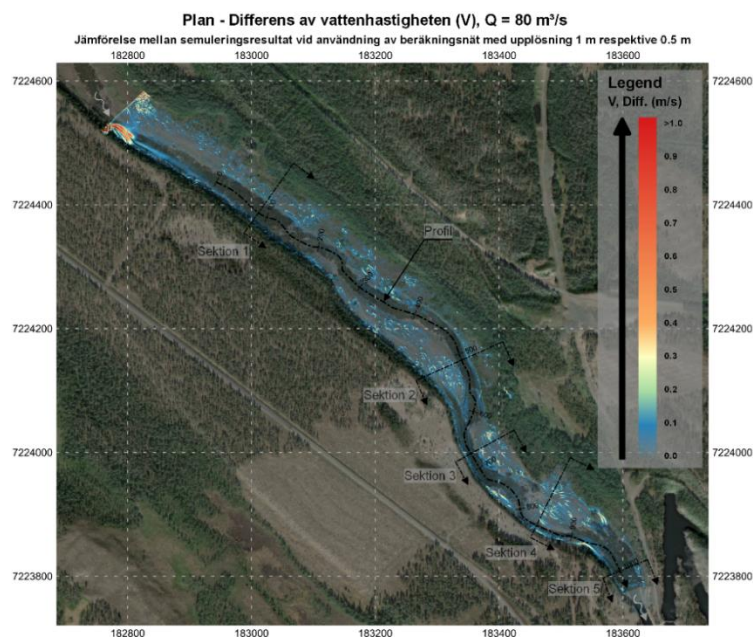
Figur 50. Differens mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 2,0 m respektive 0,5 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

Figur 51 visar en jämförelse mellan orto-foto och differensen mellan vattenhastigheter vid lågflöde från simuleringsresultaten med beräkningsnäten hade upplösningen 2,0 m respektive 0,5 m vid längdmätning 200 m.



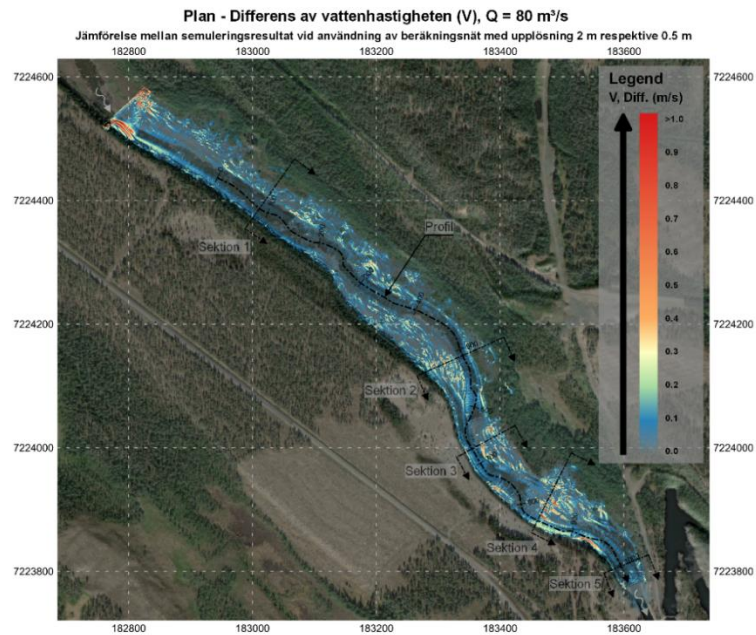
Figur 51. Jämförelse mellan orto-foto och differens mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 2,0 m respektive 0,5 m. Bakgrundsbild: Basemap © (Esri 2018).

I Figur 52 visas differensen mellan vattenhastigheter vid högflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 1,0 m respektive 0,5 m. Differensen antar inte längre maximivärden i vattenfåran utan visar istället stora differenser på svämplanen. Streckliknande mönster för maximivärdena uppstår på många ställen.



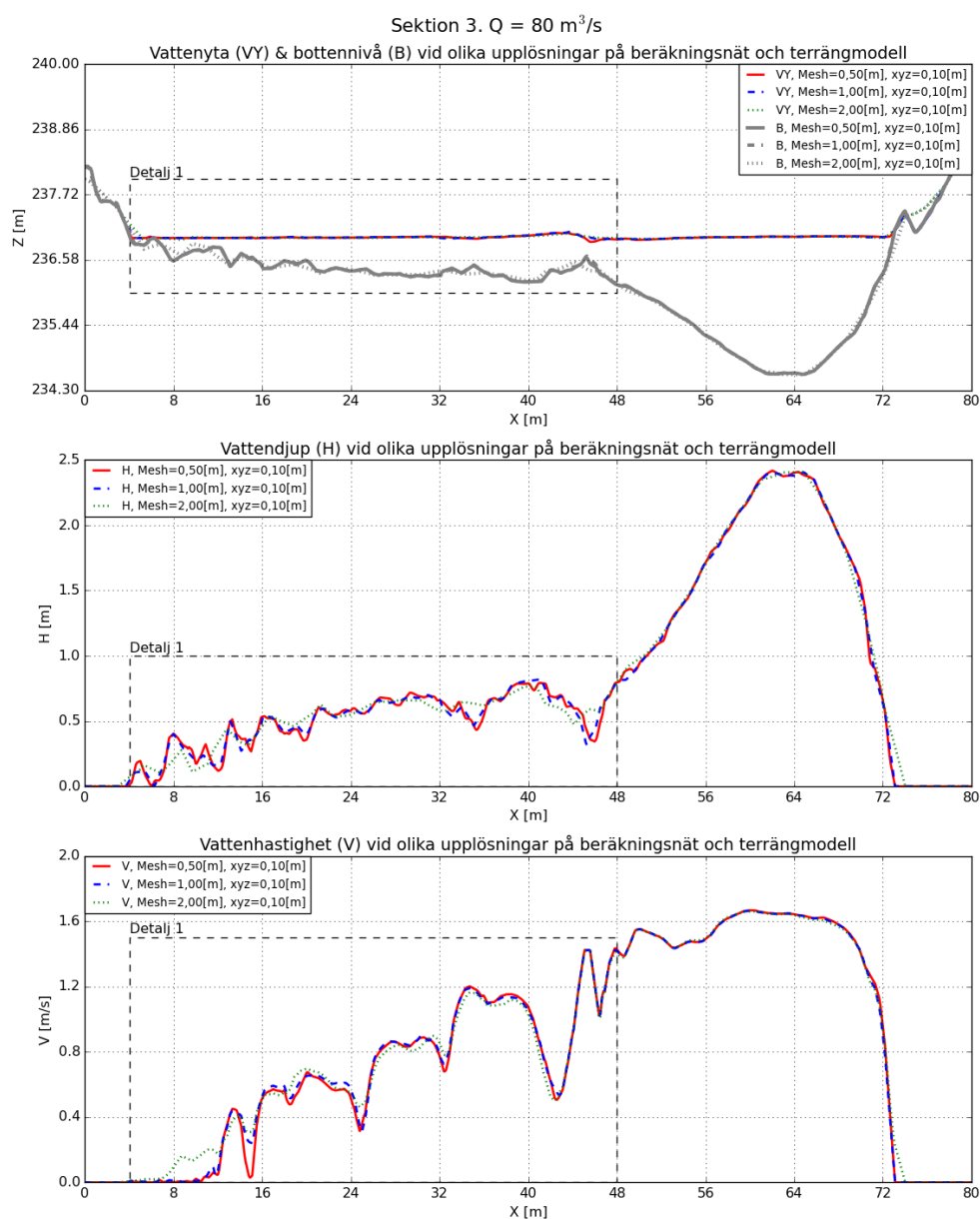
Figur 52. Differens mellan vattenhastigheter vid högflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 1,0 m respektive 0,5 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 53 visas differensen mellan vattenhastigheter vid högflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 2,0 m respektive 0,5 m. Differensen är stor på många ställen över svämplanen. Även i vattenfåran uppstår relativt stora differenser runt sektion 4 och det streckliknande mönstret i differensen är ännu mer påtagligt.



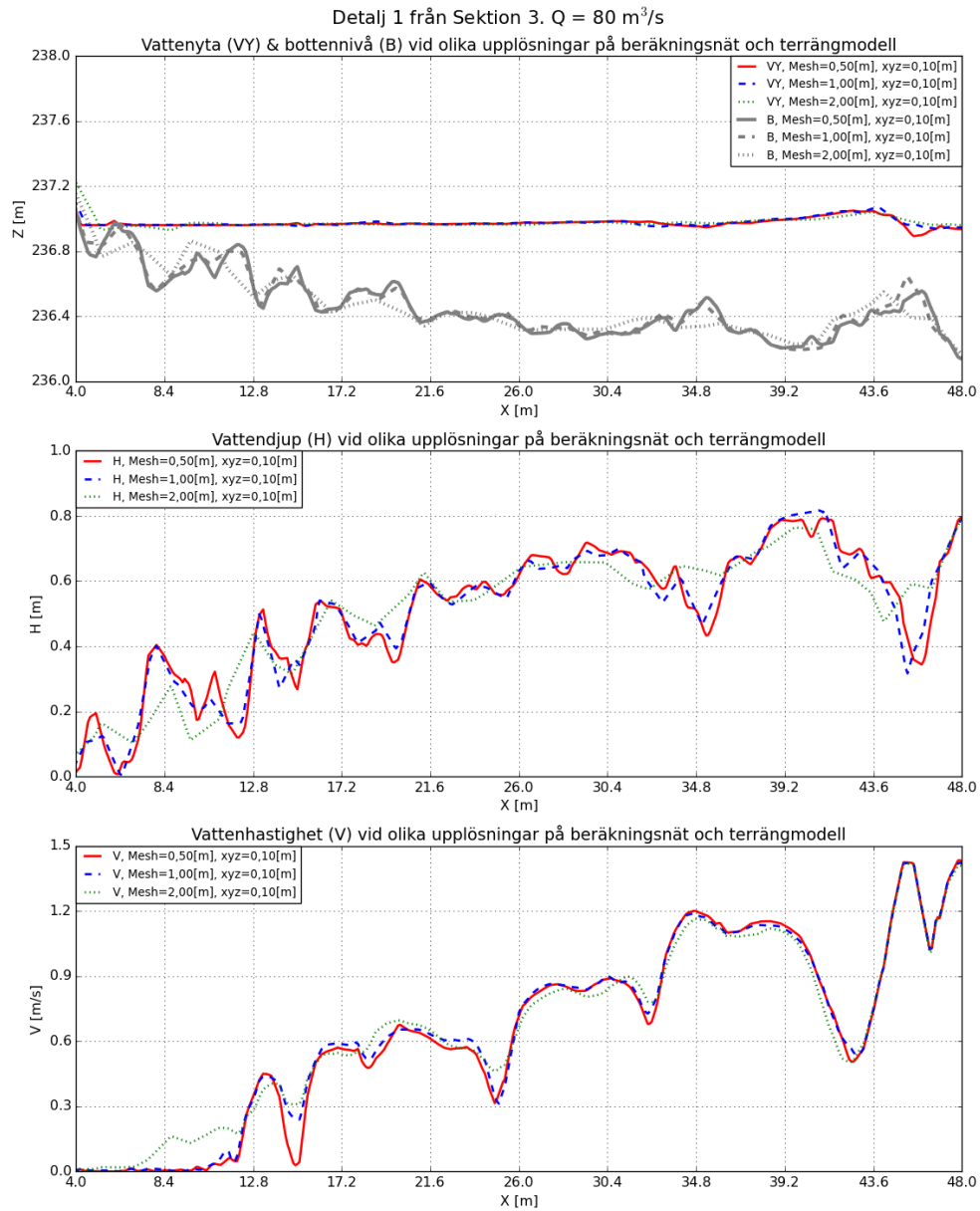
Figur 53. Differens mellan vattenhastigheter vid högflöde från två simuleringsresultat där beräkningsnäten hade upplösningen 2,0 m respektive 0,5 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

För att illustrera var differensskillnaderna i på svämplanen uppkommer visas i Figur 54 sektion 3 vid högflöde. Simuleringar med olika upplösningar på beräkningsnätet är ställda mot varandra för jämförelse.



Figur 54. Jämförelse av påverkan m.a.p. beräkningsnätets upplösning vid högflöde i Sektion 3.

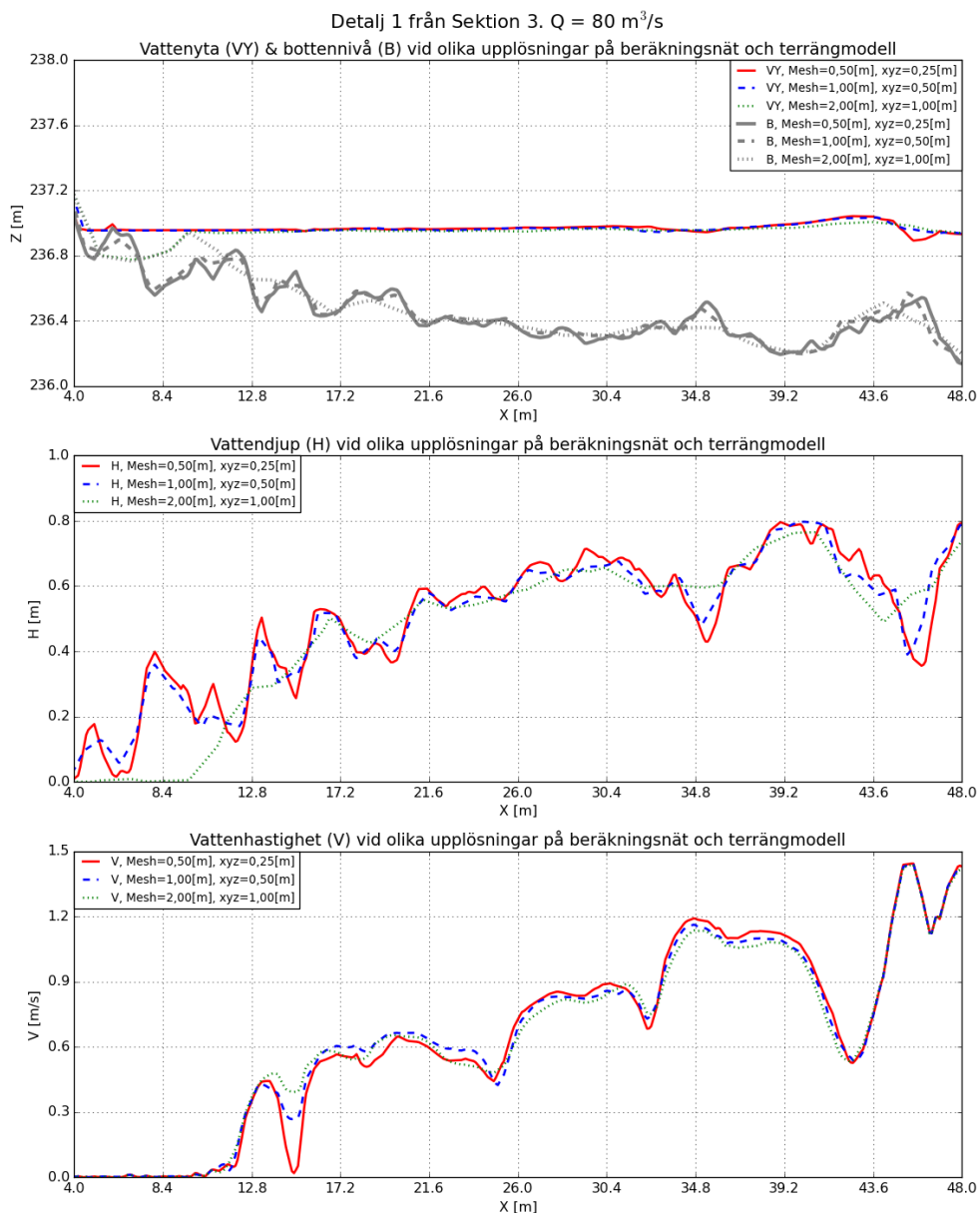
I Figur 55 visas Detalj 1 från Sektion 3. Likt hur botten snabba variationer sämre återskapas med lägre upplösning kan samma tendens på vissa ställen iakttagas även för vattenhastigheten.



Figur 55. Jämförelse av påverkan m.a.p. beräkningsnätets upplösning vid lågflöde i Detalj 1 från Sektion 3.

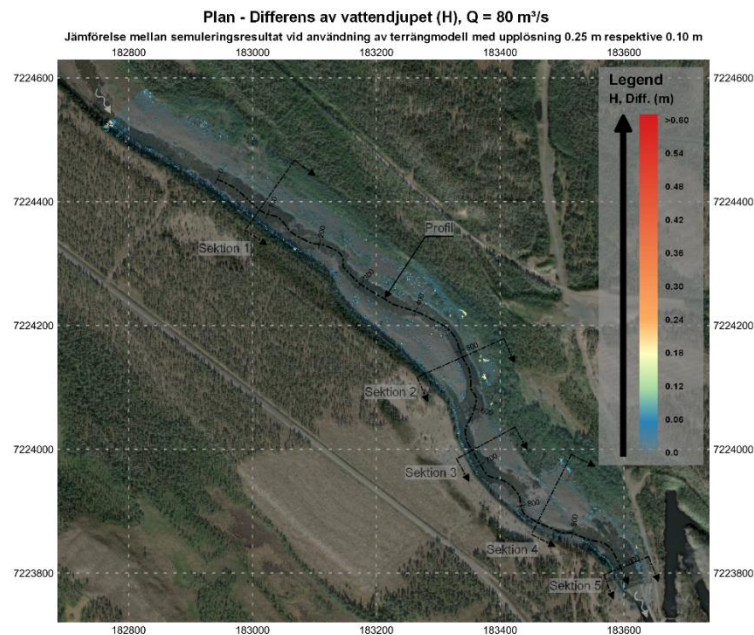
4.2.2 Terrängmodellens upplösning

Simuleringsresultaten som avser belysa påverkan m.a.p. terrängmodellens upplösning visar väldigt lika resultat som utvärdering av beräkningsnätets upplösning. I Figur 56 visas Detalj 1 från Sektion 3 vid högflöde där både upplösningen i beräkningsnätet och terrängmodellen varierades. Vid jämförelse med Figur 54 kan vissa olikheter iakttas, men på större skala syns dessa knappt.



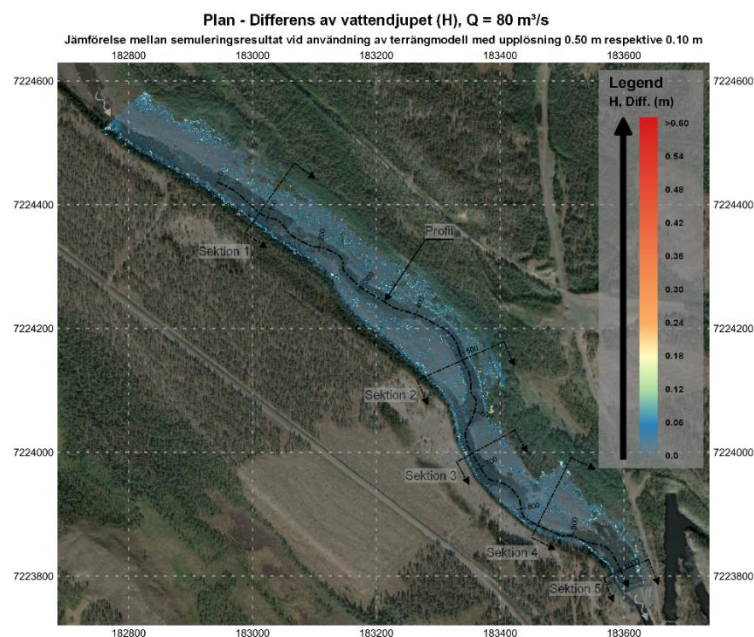
Figur 56. Jämförelse av påverkan m.a.p. terrängmodellens upplösning vid lågflöde i Detalj 1 från Sektion 3.

För att belysa terrängmodellens påverkan visas i Figur 57 en differens mellan vattendjup vid högflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellen hade upplösningen 0,25 m respektive 0,10 m. Beräkningsnätets hade upplösningen 0,50 m och övriga indata var densamma. Förutom enstaka små områden är differensen nästan noll och vattendjupen således nästan exakt lika. Liknande differenser i fåran antas även vid låg- och medelflöde.



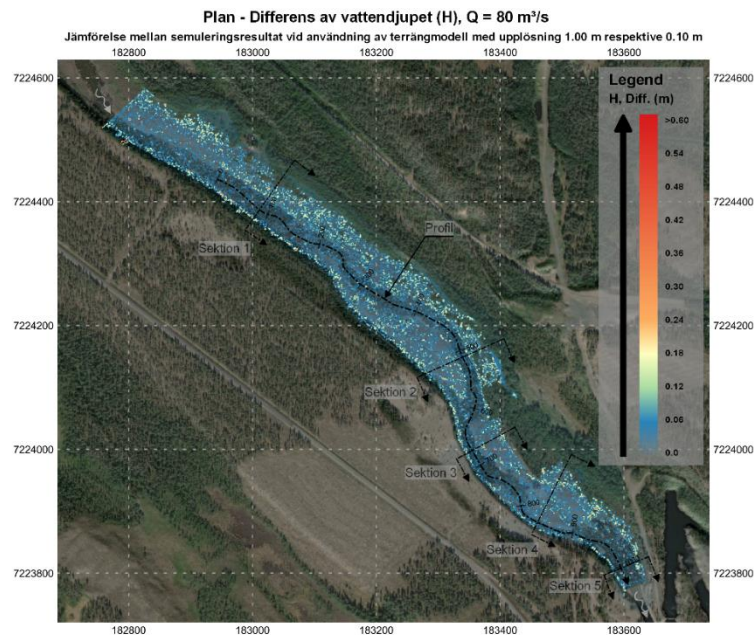
Figur 57. Differens mellan vattendjup vid högflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,25 m respektive 0,10 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 58 visas differensen mellan vattendjupet vid högflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,50 m respektive 0,10 m. Beräkningsnätet hade upplösningen 1,00 m och övriga indata var densamma. Något större differenser erhålls över hela området och endast små skillnader kan iakttas i vattenfåran.



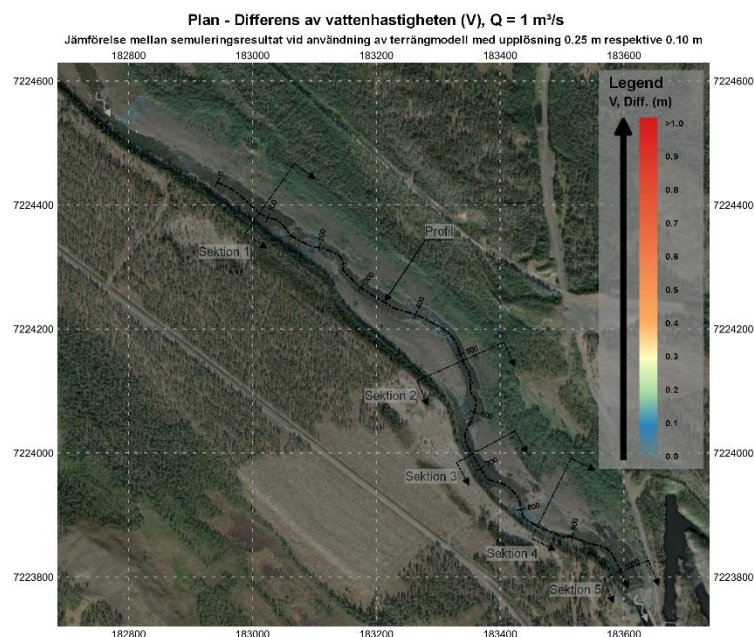
Figur 58. Differens mellan vattendjup vid högflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,50 m respektive 0,10 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 59 visas differensen mellan vattendjupet vid högflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 1,00 m respektive 0,10 m. Beräkningsnätets hade upplösningen 2,00 m och övriga indata var densamma. Stora differenser mellan vattendjupet för de olika simuleringsresultaten kan iaktas över stora delar av svämplanen. De största differenserna begränsas dock till punkter som ligger utspritt.



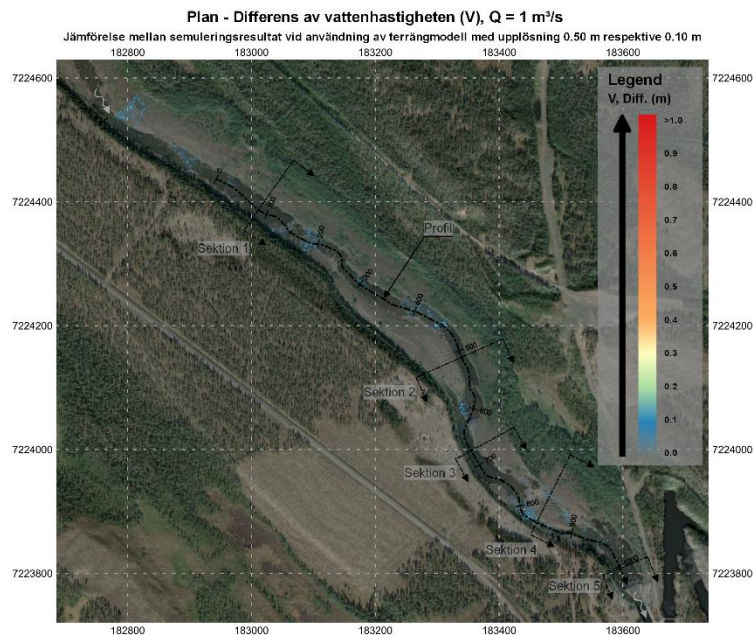
Figur 59. Differens mellan vattendjup vid högflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 1,00 m respektive 0,10 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 60 visas differensen mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,25 m respektive 0,10 m. Inte heller vattenhastigheten visade några nämnvärt stora differenser när simuleringsresultat med dessa upplösningar utvärderades vid lågflöde. Differenserna vid medelflöde är ungefär lika stora som vid lågflöde.



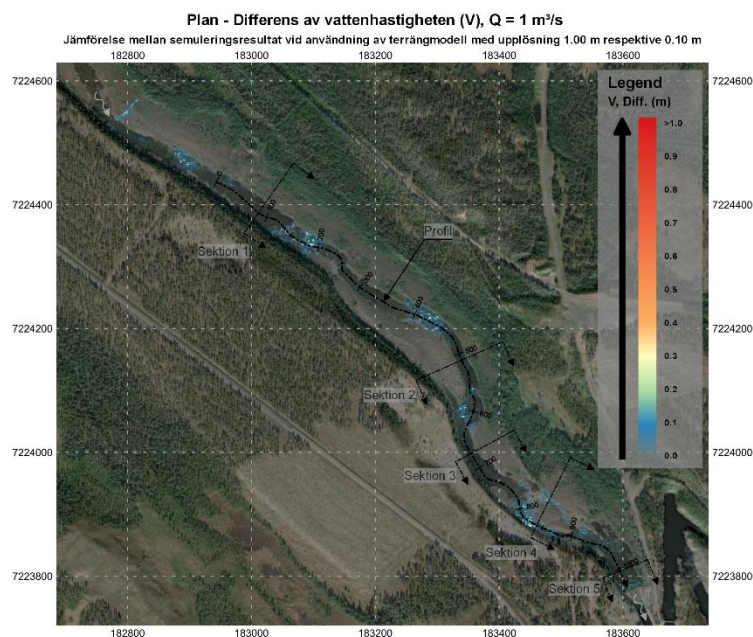
Figur 60. Differens mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,25 m respektive 0,10 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 61 visas differensen mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,50 m respektive 0,10 m. Något större differenser noteras vid ställen med högre bottenlutning och större stenar i vattenfåran, men dessa är fortfarande relativt små. Differensen vid lågflöde är ungefär lika stor vid medelflöde och maximivärden iaktas på samma ställen.



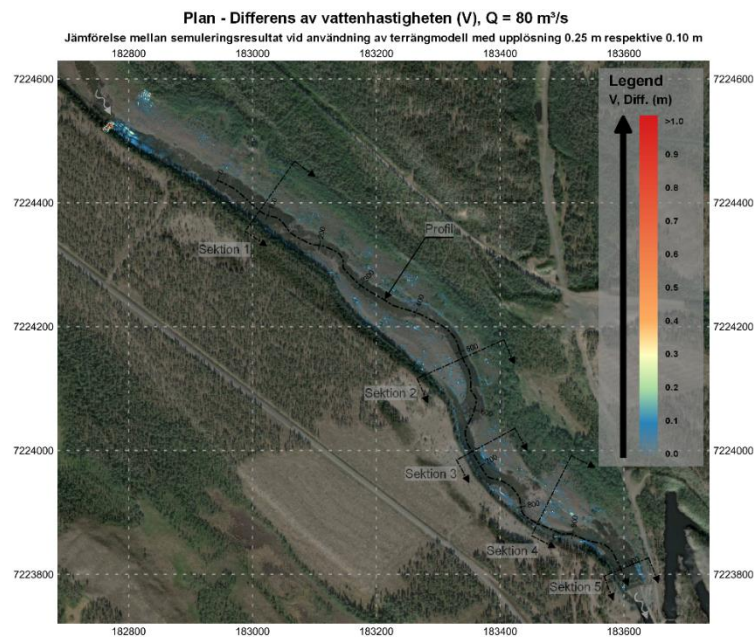
Figur 61. Differens mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,50 m respektive 0,10 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 62 visas differensen mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 1,00 m respektive 0,10 m. Differenser är större och lättare att se. Differensen vid lågflöde är ungefär lika stor vid medelflöde och maximivärden iaktas på samma ställen.



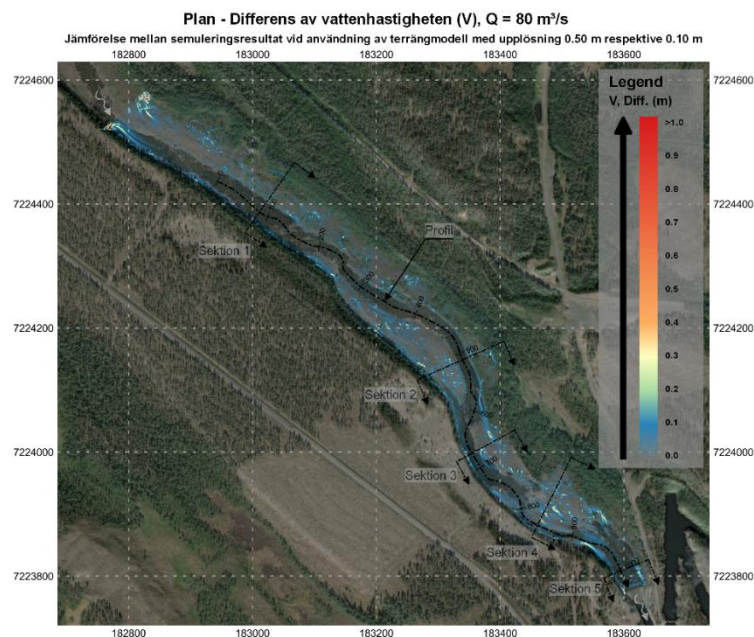
Figur 62. Differens mellan vattenhastigheter vid lågflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 1,00 m respektive 0,10 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 63 visas differensen mellan vattenhastigheter vid höglöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,25 m respektive 0,10 m. Inte heller vid höglöde visade utvärdering av vattenhastigheten några nämnvärda differenser när simuleringsresultat med dessa upplösningar utvärderades.



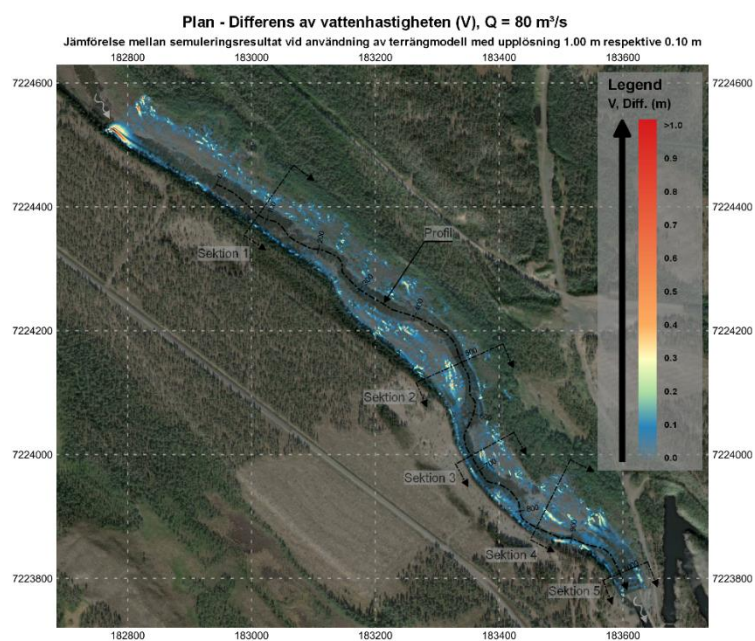
Figur 63. Differens mellan vattenhastigheter vid höglöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,25 m respektive 0,10 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 64 visas differensen mellan vattenhastigheter vid höglöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,50 m respektive 0,10 m. Större differenser jämfört med en mindre upplösningsskillnad kan iaktas främst vid enskilda områden på svämplanen.



Figur 64. Differens mellan vattenhastigheter vid höglöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 0,50 m respektive 0,10 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

I Figur 65 visas differensen mellan vattenhastigheter vid högflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 1,00 m respektive 0,10 m. Differensernas största värden erhålls på samma ställen som vid mindre upplösningsskillnader, men är större och områdena mer utbredda.



Figur 65. Differens mellan vattenhastigheter vid högflöde från två simuleringsresultat där terrängmodellerna hade upplösningen 1,00 m respektive 0,10 m. Bakgrundsbild: World Topographic Basemap © (Esri 2018).

4.3 OSÄKERHETER M.A.P. INFLÖDE OCH RÅHET

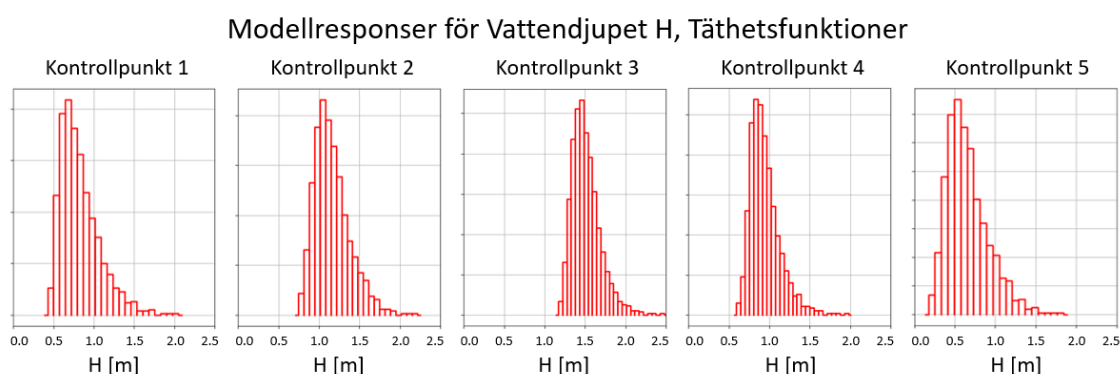
I detta avsnitt redovisas hur simuleringsresultatets variation påverkas av inflödet och råheten. Simuleringsresultaten utgörs av vattendjup och vattenhastighet. Både osäkerhetsanalys och känslighetsanalys är presenterade.

4.3.1 Osäkerhetsanalys

Osäkerhetsanalysen som redovisas i detta avsnitt utgörs av undersökning av modellresponsens variation samt upprättandet av surrogatmodeller genom Polynomial Chaos Expansion. Analysen presenteras både visuellt och genom statistiska moment som kompletteras med redovisning av hur väl dessa konvergerat samt en validering av surrogatmodellerna.

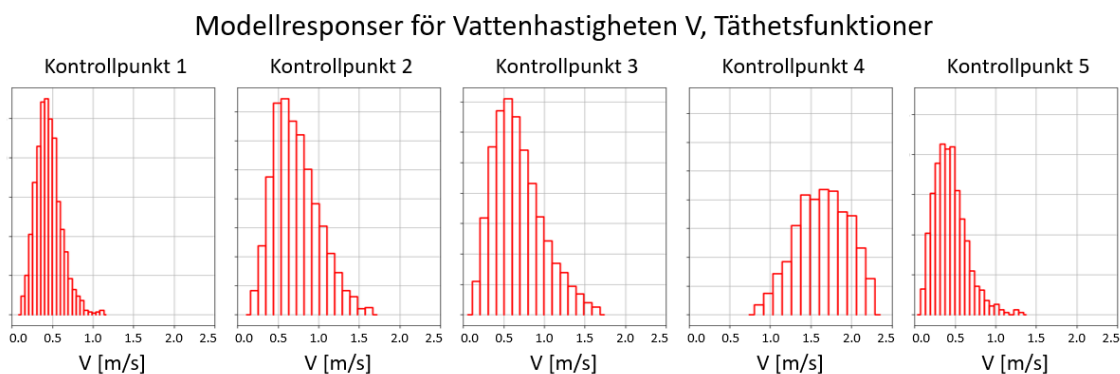
4.3.1.1 Modellresponsens variation

I Figur 66 visas täthetsfunktioner genom histogram för vattendjupet i de fem kontrollpunkterna. Fördelningen i de olika punkterna har ett relativt likt utseende, olika vattendjup förekommer.



Figur 66. Histogram som visar täthetsfunktioner för vattendjupet i de fem kontrollpunkterna.

I Figur 67 visas täthetsfunktioner genom histogram för vattenhastigheten i de fem kontrollpunkterna. Fördelningen i kontrollpunkt 4 sticker ut något från de andra som följer ganska lika utseenden.



Figur 67. Histogram som visar täthetsfunktioner för vattenhastigheten i de fem kontrollpunkterna.

I Tabell 14 visas ett urval av statistiska moment, närmare bestämt medelvärde, varians och standardavvikelse för vattendjupet i de fem kontrollpunkterna.

Tabell 14. Statistiska moment i modellresponserna för vattendjupet H.

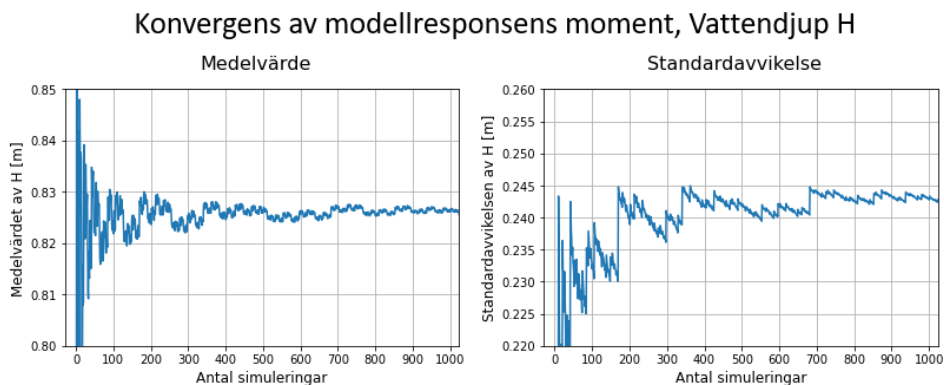
| Parameter | Kontrollpunkt 1 | Kontrollpunkt 2 | Kontrollpunkt 3 | Kontrollpunkt 4 | Kontrollpunkt 5 |
|------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| H, Medelvärde [m] | 0,824 | 1,157 | 1,510 | 0,654 | 0,943 |
| H, Varians [m ²] | 0,058 | 0,047 | 0,031 | 0,065 | 0,034 |
| H, Std-avvikelse [m] | 0,241 | 0,217 | 0,176 | 0,255 | 0,184 |

I Tabell 15 visas ett urval av statistiska moment, närmare bestämt medelvärde, varians och standardavvikelse för vattenhastigheten i de fem kontrollpunkterna.

Tabell 15. Statistiska moment i modellresponserna för vattenhastigheten V.

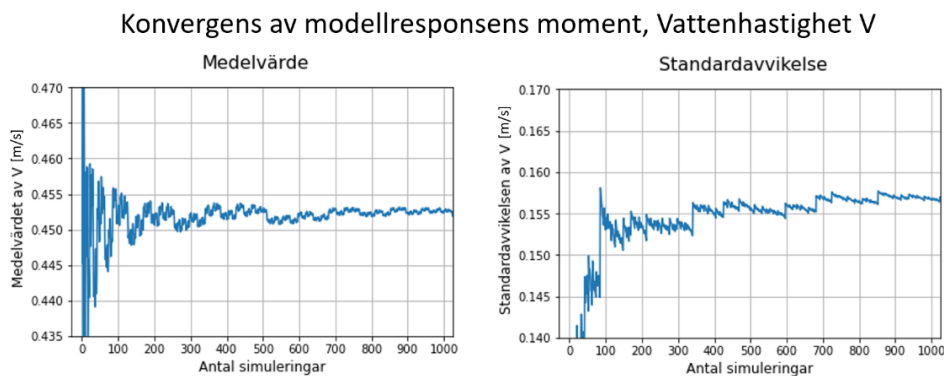
| Parameter | Kontrollpunkt 1 | Kontrollpunkt 2 | Kontrollpunkt 3 | Kontrollpunkt 4 | Kontrollpunkt 5 |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| V, Medelvärde [m/s] | 0,451 | 0,719 | 0,678 | 1,642 | 0,438 |
| V, Varians [m ² /s ²] | 0,024 | 0,077 | 0,093 | 0,101 | 0,040 |
| V, Std-avvikelse [m/s] | 0,156 | 0,278 | 0,304 | 0,318 | 0,201 |

I Figur 68 visas hur medelvärdet och standardavvikelsen för vattendjupet konvergerar mot antalet simuleringar i kontrollpunkt 4. Övriga kontrollpunkter antar liknande utseende.



Figur 68. Konvergens av medelvärde och standardavvikelse för vattendjupet mot antal simuleringar i kontrollpunkt 4.

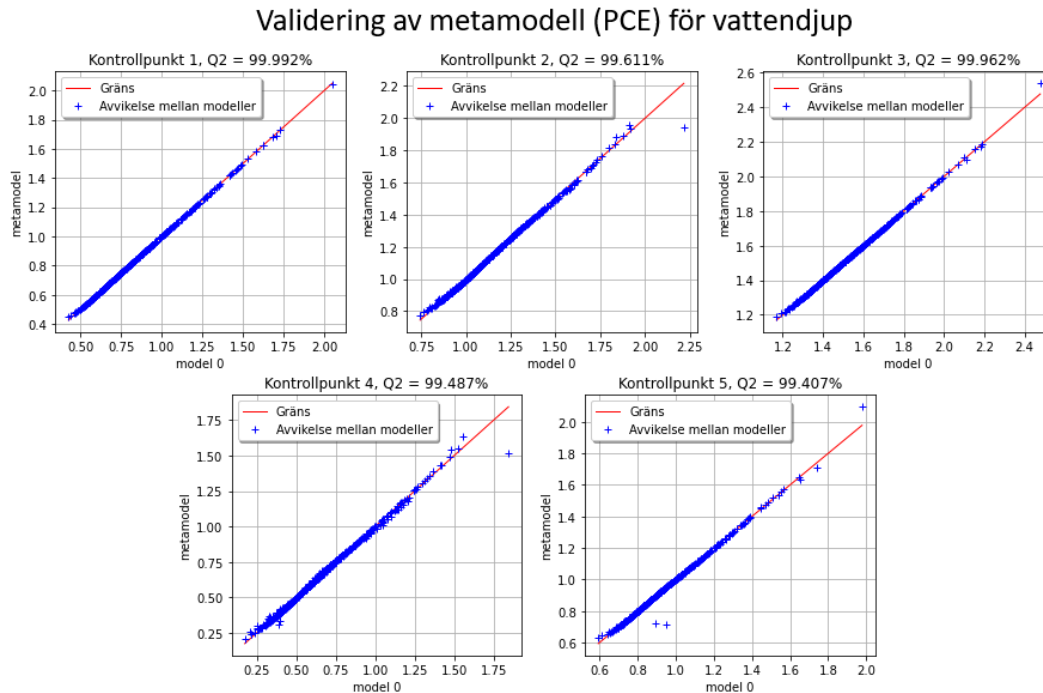
I Figur 69 visas hur medelvärdet och standardavvikelsen för vattenhastigheten konvergerar med antalet simuleringar i kontrollpunkt 4. Övriga kontrollpunkter antar liknande utseende.



Figur 69. Konvergens av medelvärde och standardavvikelse för vattenhastigheten mot antal simuleringar i kontrollpunkt 4.

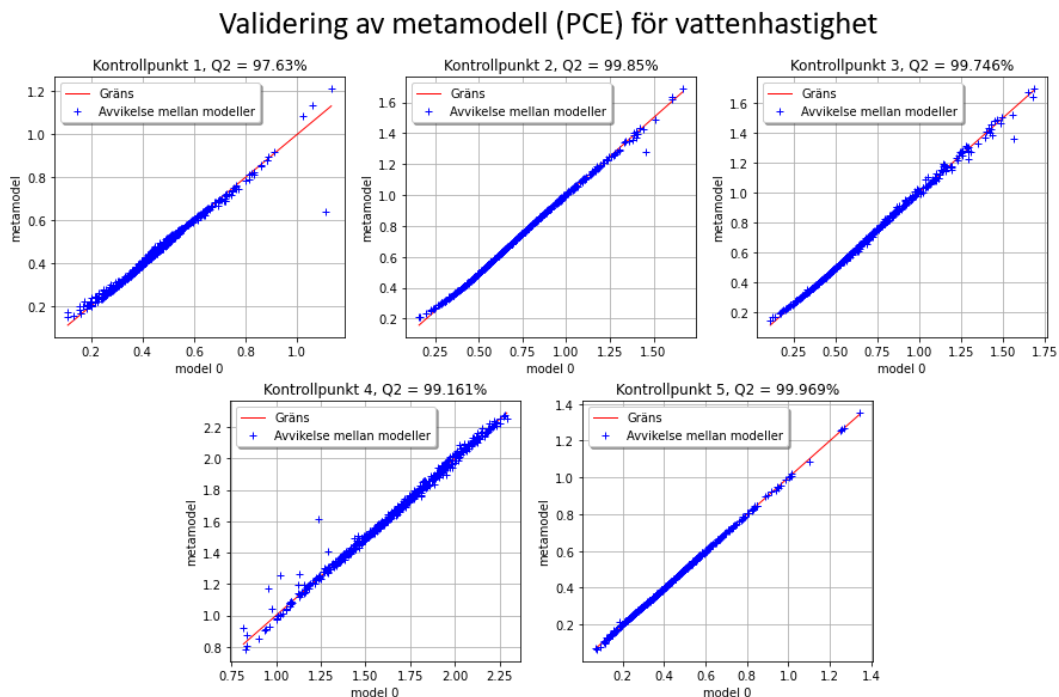
4.3.1.2 Polynomial Chaos Expansion

De fullständiga polynomen genom PCE skapades och dess valideringsresultat för vattendjupet i alla fem kontrollpunkter visas i Figur 70. Till synes verkar den skapade surrogatmodellen stämma extremt väl överens med hydrauliska modellen, vilket bestäms av avståndet som de blå punkterna till den röda diagonalen.



Figur 70. Valideringsresultat av PCE för vattendjupet i de fem kontrollpunkterna.

I Figur 71 visas valideringsresultatet för vattenhastigheten i de fem kontrollpunkterna. Till synes inte lika exakt spridning som för vattendjupet, men fortfarande relativt små avvikelser.



Figur 71. Valideringsresultat av PCE för vattenhastigheten i de fem kontrollpunkterna.

I Tabell 16 visas de statistiska momenten medelvärde, varians och standardavvikelse för vattendjupet beräknade från PCE.

Tabell 16. Statistiska moment för vattendjupet H beräknade från PCE.

| Parameter | Kontrollpunkt 1 | Kontrollpunkt 2 | Kontrollpunkt 3 | Kontrollpunkt 4 | Kontrollpunkt 5 |
|------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| H, Medelvärde [m] | 0,825 | 1,157 | 1,511 | 0,654 | 0,944 |
| H, Varians [m ²] | 0,065 | 0,051 | 0,034 | 0,071 | 0,035 |
| H, Std-avvikelse [m] | 0,254 | 0,226 | 0,183 | 0,267 | 0,188 |

I Tabell 17 visas de statistiska momenten medelvärde, varians och standardavvikelse för vattendjupet beräknade från PCE.

Tabell 17. Statistiska moment för vattenhastigheten V beräknade från PCE.

| Parameter | Kontrollpunkt 1 | Kontrollpunkt 2 | Kontrollpunkt 3 | Kontrollpunkt 4 | Kontrollpunkt 5 |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| V, Medelvärde [m/s] | 0,452 | 0,719 | 0,679 | 1,641 | 0,438 |
| V, Varians [m ² /s ²] | 0,033 | 0,097 | 0,125 | 0,238 | 0,045 |
| V, Std-avvikelse [m/s] | 0,182 | 0,312 | 0,354 | 0,488 | 0,212 |

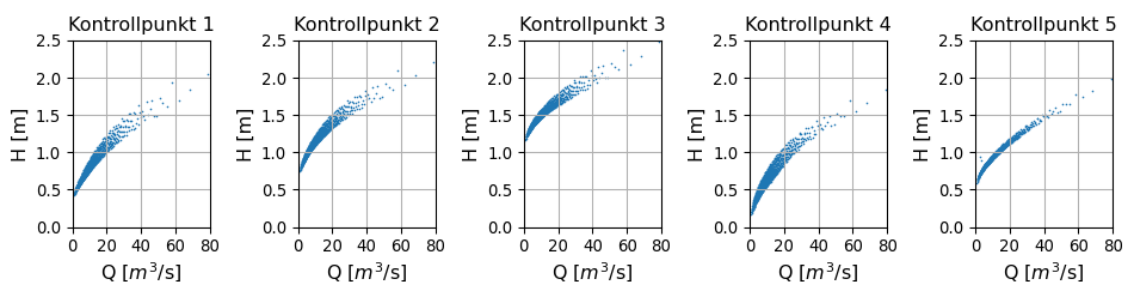
4.3.2 Känslighetsanalys

Känslighetsanalysen som redovisas i detta avsnitt utgörs av en kvalitativ och en kvantitativ del. Den kvalitativa delen visar på de variationer som uppkommer i simuleringsresultaten i relation till en varierande inmatningsparameter och den kvantitativa delen redovisar Sobols Känslighetsindex beräknade genom Polynomial Chaos Expansion.

4.3.2.1 Kvalitativ känslighetsanalys

För att ge en bild över vattendjupets variation med avseende på variabla indata skapades grafer där de ställs mot varandra. I Figur 72 visas vattendjupet över flödet för de fem kontrollpunkterna. Relativt lika tendenser kan iaktas mellan olika kontrollpunkter där högre flöde ger större vattendjup. För kontrollpunkt 5 är spridningen i vattendjup för specifika värden på flödet tydligt väldigt liten.

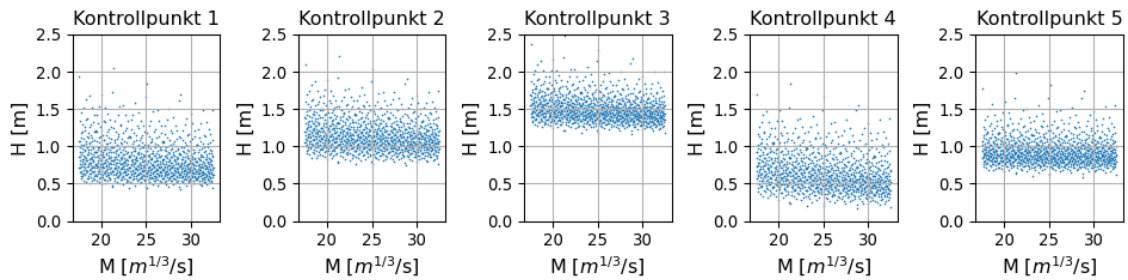
Modellresponser för Vattendjup H över inmatningsvariabel Flöde Q



Figur 72. Grafer som visar vattendjupet över inflödet i de fem kontrollpunkterna.

I Figur 73 visas vattendjupet över flödet för de fem kontrollpunkterna. Kontrollpunkterna visar på liknande trender. Med högre Mannings tal tenderar vattendjupet att bli lägre.

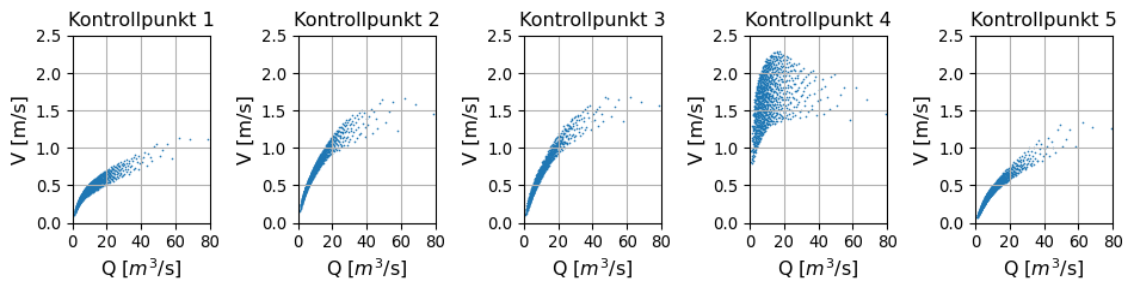
Modellresponser för Vattendjup H över inmatningsvariabel Mannings M



Figur 73. Grafer som visar vattendjupet över Mannings tal i de fem kontrollpunkterna.

I Figur 74 visas vattenhastigheten över flödet för de fem kontrollpunkterna. För kontrollpunkter 1, 2, 3 och 5 visas tydlig korrelation mellan ökat flöde och ökad vattenhastighet. För kontrollpunkt 4 når vattenhastigheten ett maximivärde när flödet är ca. 16 m³/s och avtar sedan vid högre flöden. Spridningen i kontrollpunkten är också betydligt större vid specifika värden på flödet.

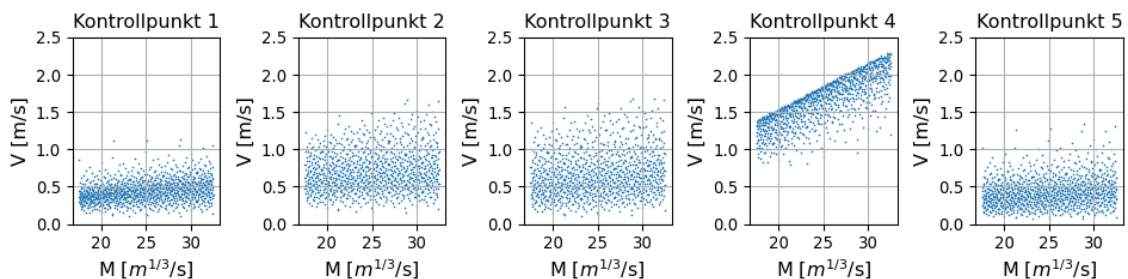
Modellresponser för Vattenhastighet V över inmatningsvariabel Flöde Q



Figur 74. Grafer som visar vattenhastigheten över flödet i de fem kontrollpunkterna.

I Figur 75 visas vattenhastigheten över Mannings tal för de fem kontrollpunkterna. För kontrollpunkter 1, 2, 3 och 5 kan en svag uppåtgående trend för vattenhastigheten iakttas vid ökat värde på M. För kontrollpunkt 4 är trenden påtagligt starkt.

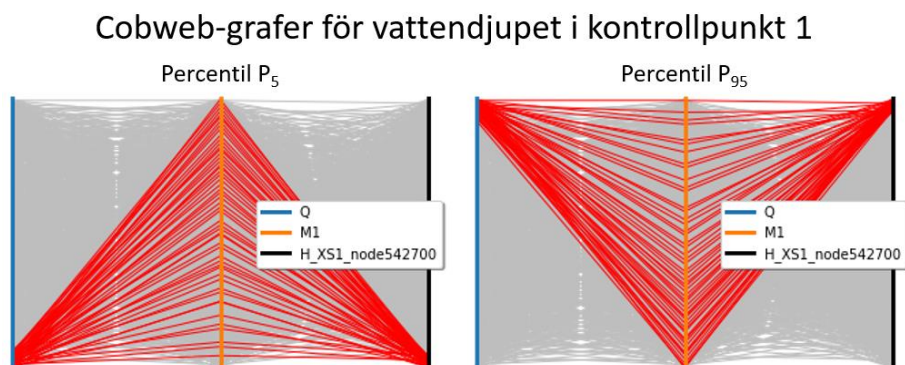
Modellresponser för Vattenhastighet V över inmatningsvariabel Mannings M



Figur 75. Grafer som visar vattenhastigheten över Mannings tal i de fem kontrollpunkterna.

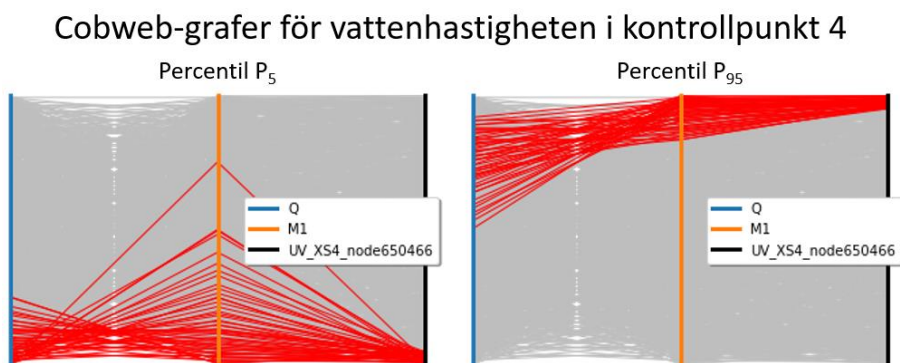
För att ge en bild av vilka värden på inflöde och Mannings tal som korrelerar med värden på vattendjupet visas i Figur 76 Cobweb-grafer. De röda sträckan visar vilka kombinationer av inflöde och Mannings tal som hör ihop med specifika modellresponser. Graferna är anpassade för att illustrera specifika intervall i modellresponser. Till vänster visas alla simuleringssdata upp till

5:e percentilen för vattendjupet vilka illustreras i rött. Till höger visas alla simuleringsdata över 95:e percentilen på vattendjupet. Det kan noteras att flödet har en stark korrelation medan M har en svagare. Motsvarande trender erhålls för de övriga fem kontrollpunkterna för vattendjupet samt 1, 2, 3 och 5 för vattenhastigheten.



Figur 76. Cobweb-grafer som visar samband mellan vattendjup och övriga parametrar undersökta vid simulering. Till vänster illustreras flöden upp till 5:e percentil och till höger över 95:e percentil.

I Figur 77 visas Cobweb-grafer för vattenhastigheten i kontrollpunkt 4. Denna kontrollpunkt sticker tydligt ut från de övriga och ett betydligt starkare samband mellan storleken på vattenhastigheten och Mannings tal M kan iakttas. Korrelationen mellan flödet och vattenhastigheten är dock fortfarande stark.



Figur 77. Cobweb-grafer som visar samband mellan vattenhastighet och övriga parametrar undersökta vid simulering. Till vänster illustreras flöden upp till 5:e percentil och till höger över 95:e percentil.

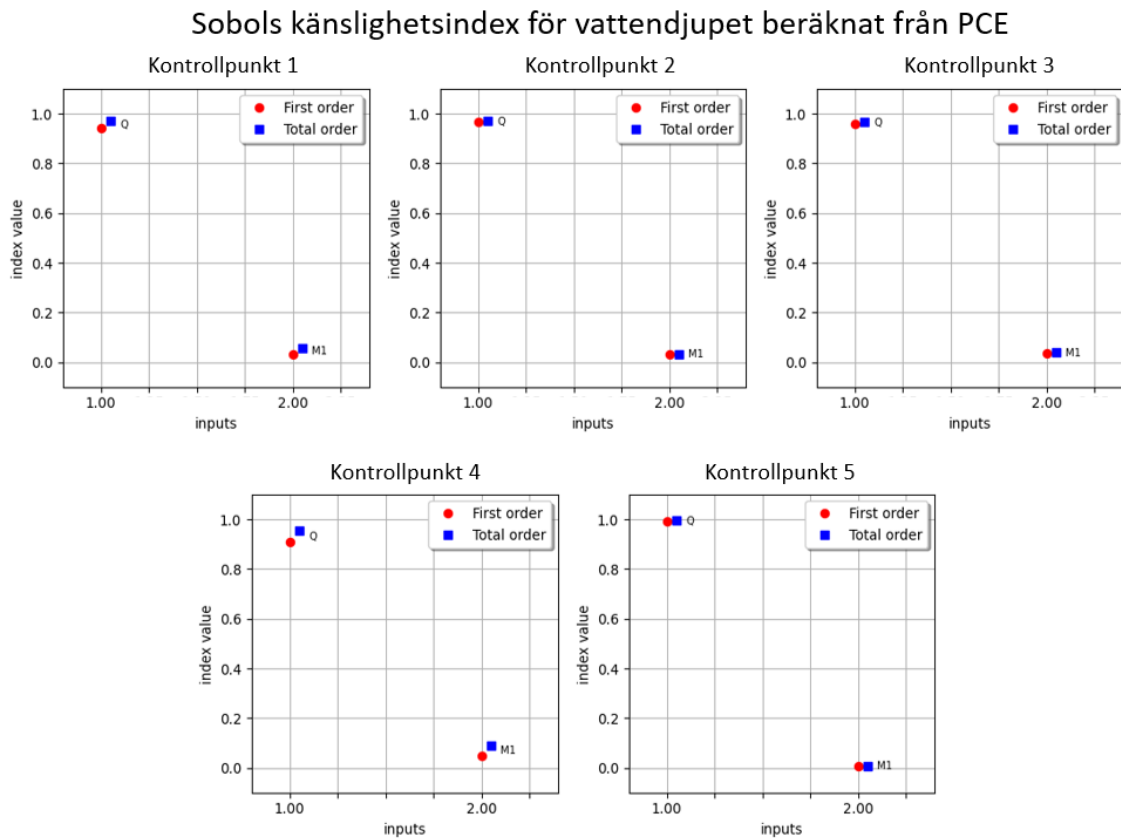
4.3.2.2 Sobols känslighetsindex genom Polynomial Chaos Expansion

Som ett kvantitativt mått på känsligheten från inmatningsvariablerna presenteras Sobols känslighetsindex från Polynomial Chaos Expansion. Tabell 18 visar första och totala ordningens Sobols känslighetsindex för vattendjupet i de fem kontrollpunkterna.

Tabell 18. Första och totala ordningens Sobols känslighetsindex för vattendjupet i de fem kontrollpunkterna.

| Sobols index | Kontrollpunkt 1 | Kontrollpunkt 2 | Kontrollpunkt 3 | Kontrollpunkt 4 | Kontrollpunkt 5 |
|-----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Första ordningens, S_Q | 0,943 | 0,967 | 0,960 | 0,910 | 0,993 |
| Totala ordningens, S_{TQ} | 0,970 | 0,970 | 0,965 | 0,953 | 0,994 |
| Första ordningens, S_M | 0,030 | 0,030 | 0,035 | 0,047 | 0,006 |
| Totala ordningens, S_{TM} | 0,057 | 0,033 | 0,040 | 0,090 | 0,007 |

Figur 78 visar diagram över första och totala ordningens Sobols känslighetsindex för vattendjupet. För vattendjupets variation kan det noteras att den absolut största påverkan kommer från flödet. Notera att den första och totala ordningens känslighetsindex ligger väldigt nära varandra.



Figur 78. Första och totala ordningens Sobols känslighetsindex för vattendjupet i de fem kontrollpunkterna.

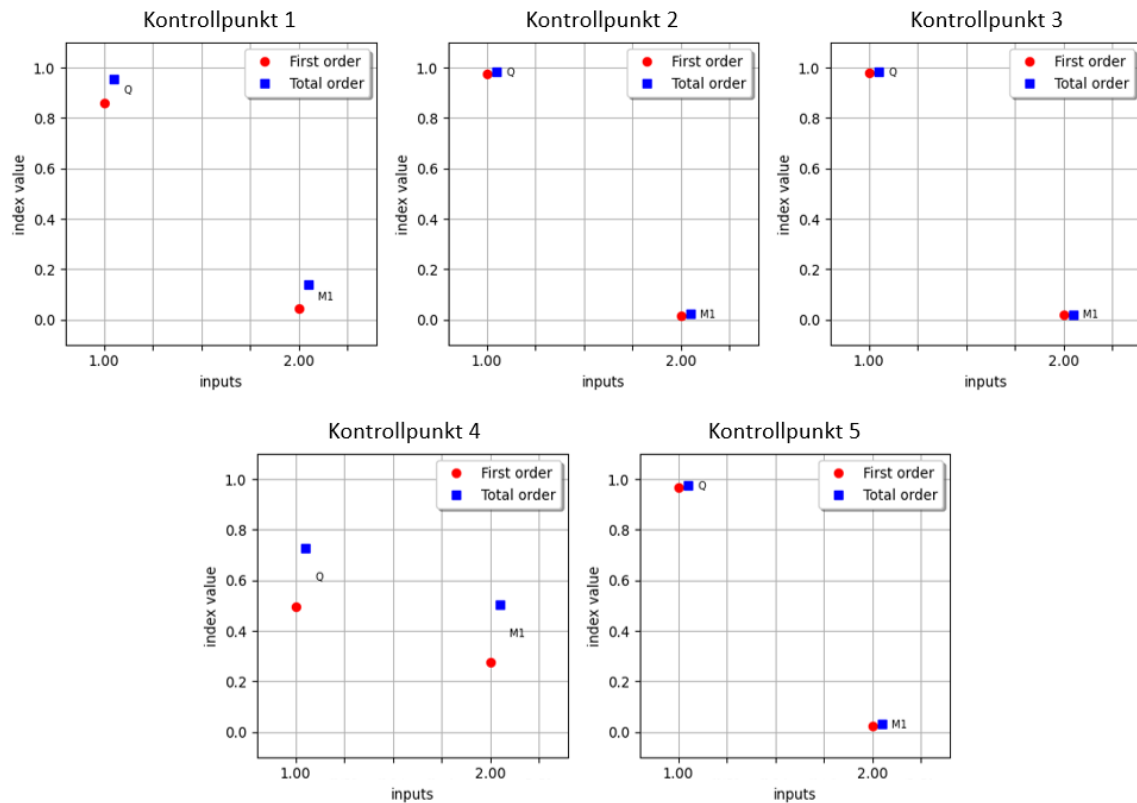
På motsvarande sätt utreds inmatningsvariablernas påverkan på vattenhastighetens osäkerheter, se Tabell 19.

Tabell 19. Första och totala ordningens Sobols känslighetsindex för vattenhastigheten i de fem kontrollpunkterna.

| Sobols index | Kontrollpunkt 1 | Kontrollpunkt 2 | Kontrollpunkt 3 | Kontrollpunkt 4 | Kontrollpunkt 5 |
|-----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Första ordningens, S_Q | 0,860 | 0,976 | 0,980 | 0,497 | 0,967 |
| Totala ordningens, S_{TQ} | 0,956 | 0,984 | 0,983 | 0,725 | 0,975 |
| Första ordningens, S_M | 0,044 | 0,016 | 0,017 | 0,275 | 0,025 |
| Totala ordningens, S_{TM} | 0,140 | 0,024 | 0,020 | 0,503 | 0,033 |

Figur 79 visar diagram över första och totala ordningens Sobols känslighetsindex för vattenhastigheten. Även för vattenhastighetens variation har flödet störst påverkan. Kontrollpunkt 4 sticker ut med en stor påverkan även från Mannings tal. Det skiljer sig också mer mellan den första och totala ordningens känslighetsindex.

Sobols känslighetsindex för vattenhastigheten beräknat från PCE



Figur 79. Första och totala ordningens Sobols känslighetsindex för vattendjupet i de fem kontrollpunkterna.

5 DISKUSSION

5.1 SIMULERINGSRESULTAT

Simuleringsresultaten visar tydligt på flödets stora inverkan för torrfåran. Skillnader för både vattennivå, vattendjup och vattenhastighet vid variation av flödet observeras över hela den modellerade sträckan, se Figur 36-42.

Det finns en stark korrelation mellan vattenhastigheter och potentialskillnader för bottennivån, se Figur 42. Vattenhastigheten verkar också tydligt påverkas av tvärsnittsarean för vattnet. Maximivärden för vattenhastigheten visas tydligt där fåran smalnas av, vilket vid jämförelse med orto-foto också blir tydligt, se Figur 19 och 42. Detta motsvarar de förväntningar som finns då flödet kan förväntas vara ungefär det samma längs hela fåran. Vid högflöde är vattenhastighetens maximivärde något förflyttat, vilket troligen beror på att en betydligt större andel av vattnet även rör sig över svämplanen se Figur 41-42. Detta gör att den avsmalning av vattenfåran som vid lägre vattenflöden mest ökat vattenhastigheten förflyttas till där även avsmalning på svämplanen sker. Således är det troligen fortfarande tvärsnittsarean som påverkar. Samma fenomen kan även iaktas vid jämförelse mellan låg- och medelflöde men inte lika extremt. Det handlar alltså om att vattnet hittar alternativa vattenvägar vilket gör att flödesregimen förändras med olika flöden. Detta är något som kan iaktas vid analysering av hur Froudes tal förändras längs vattendraget vid olika flöden, se Figur 42. Vid låga inflöden är strömningsförhållandena i vattendraget stråkande när lutningen på botten i fåran är som störst. Vid högre flöden dämpas storleken på Froudes tal på grund av den generellt låga lutningen i fåran vilket gör att platser där det tidigare kunnat bli höga värden påverkas av indämning nedströms ifrån. Något som också bör noteras är de låga vattenhastigheterna längst uppströms i den beaktade delen av området. Vattenhastigheten antas där vara låg på grund av att geometriens lutning där är relativt låg och att det därmed inte skapas lika stora potentialskillnader. Låga vattenhastigheter kan även iaktas längst nedströms där en förklaring är att överfallsdammen reglerar flödet och hastigheterna minskar, se Figur 19. Vid område 4 kan det på orto-fotot iaktas att det nästan ser ut som en liten fördämning samt att en snabb vinkelförändring påverkar flödet, se Figur 18. Detta skulle kunna påverka vattenhastigheten och skulle i så fall förklara att hastigheterna är väldigt lika i området, oberoende av flödets storlek, se Figur 42. Det bör dock sägas att på grund av att det är just en profil så skulle vissa saker kunna vara missvisande om det exempelvis skulle vara en sten precis där profilen är utsatt.

Vid högflöde var hela svämplanen vattentäckta vilket knappt kunde iaktas alls vid låg- och medelflöde. Detta gör också att Mannings tal som definierats högre på svämplanen ger en större påverkan vid högflöde. Dock är vattenhastigheten generellt låg på den absoluta majoriteten av ytorna på svämplanen vilket gör att denna effekt ändå begränsas, vilket kan förklaras genom den minskade friktionen mot botten vid låga hastigheter.

Ett urval från den stora batch-simuleringen gjordes och redovisades, vilket visar på väldigt lika resultat som de manuellt körda simuleringarna, se Figur 43-44. Detta ger relevans till de osäkerhets- och känslighetsanalyser som utreder flödets och Mannings tals påverkan, se Avsnitt 5.3.

5.2 OSÄKERHETER M.A.P. MODELLUPPLÖSNINGAR

Osäkerheter kopplade till beräkningsnätets och terrängmodellens upplösning analyseras kvalitativt och alltid relativt den lägsta upplösning som användes vid simulering. Nästan alla resultat visar på den starka koppling som finns mellan beräkningsnätets och terrängmodellens upplösning. Detta är inte förvånande då höjdangivelserna för beräkningsnätets element helt baseras på terrängmodellens höjdnivåer. I de fall där simuleringsresultaten visar på samma fenomen för både varierad upplösning i beräkningsnätet och terrängmodellen benämns dessa fortsättningsvis förenklat till bara modellupplösning.

Vid första anblick är påverkan m.a.p. de olika modellupplösningar som simulerades relativt liten för den utredda torråran. Genom att endast analysera enskilda raster var stora skillnader för vattendjup och vattenhastighet också svåra att iaktta, se Figur 36-41. För att tydliggöra skillnader används differenser mellan olika simuleringsresultat där olika modellupplösningar används.

Något som kan noteras, för alla differenser som togs fram, är att upplösningen för detta studieobjekt inte verkar bidra med speciellt stor påverkan på en makro-skala, se Figur 47-53 och 57-65. Med makro-skala menas en skala som överskrider de lokalt avgränsade skillnaderna som uppstår på grund av snabba variationer i geometrin. Vattennivåer är som nämnt i stort sett oförändrade vid variationer i modellupplösning och det går inte att iaktta några generella tendenser sett över större sträckor. Detta skulle dock kunnat se annorlunda ut om geometrin i fåran hade varit mer varierande eller om mer lågupplösta modeller utvärderades. Däremot är lokal påverkan på simuleringsresultaten väldigt stor vilket illustreras genom relativt stora differenser i vissa områden. Detta antas bero på att vattnet hittar andra flödesvägar där exempelvis en sten förekommer som inte finns representerad i en lågupplöst modell. Det antas också finnas en utjämnande effekt när objekt inte finns representerade vilket gör att toppar och dalar för vattendjup och vattenhastigheter minskas.

Vid jämförelser av olika modellupplösningars påverkan på vattendjupet erhålls endast små differenser i vattenfåran, se Figur 47-48 och 57-59. Mycket tydligt är dock de stora differenserna som erhålls på svämplanen vid varierande upplösning för både beräkningsnät och terrängmodell. Detta kan förklaras med att variationen på underlaget naturligt är betydligt större på svämplanen. Det bör dock poängteras att de små skillnaderna som erhöles i fåran mycket väl hade kunnat vara betydligt större om studieobjektet hade varit ett annat.

Vad gäller vattenhastigheten så visas det tydliga skillnader mellan simuleringsresultat där olika modellupplösningar använts. Flödets storlek påverkar också hur stora differenserna är som erhålls samt var maximivärden för dessa inträffar. Vid låg- och medelflöde kunde de steniga partierna i fåran lätt identifieras genom att endast analysera differenser, se Figur 49-51 och 60-62. Vid högflöde erhålls större differenser över hela svämplanen, se Figur 52-53 och 63-65. Att flödesstorleken påverkar var de största differenserna erhålls har troligt att göra med var det finns representerad geometri ovan vattenytan. När en modell med en viss upplösning lyckas representera geometrin väl, exempelvis stenar som ligger ovan vattenytan, medan en annan modell inte lyckas med det kan differensen alltså bli lika stor som vattenhastigheten i den modell som inte representerade geometri ovan vattenytan. Detta är väldigt viktigt att poängtera då dessa effekter inte avgränsas till just den specifika skillnaden i geometri utan påverkar även vattenhastigheten runt om och speciellt nedströms om skillnaden. Olika modellupplösningar påverkar dock vattenhastigheten genom andra fenomen också. Stor variation av geometrin medför allmänt att modeller med lägre upplösning representerar geometrin sämre. Detta kan både påverka

vilka potentialskillnader som geometrin ger upphov till men kan också påverka skrovligheten i underlaget. Med ökad potentialskillnad ökar vattenhastigheten. Det gäller också för minskad skrovlighet vilket medför att flödesmotståndet minskas. Det kan sedan göra att differenser mellan olika simuleringsresultat blir större. Det är också av dessa anledningar som kalibrering av hydrauliska modeller är så viktigt. Vid kända värden på exempelvis vattendjupet kan Mannings tal användas för att kalibrera modellen så att den stämmer bättre överens med verkligheten. Således kan man kompensera för saknad detaljrikedom i modellen genom att göra en kalibrering.

Vid valet av modellupplösning är syftet och användningsområdet för den hydrauliska modellen relevant att bestämma. För vissa syften kan avvikelser i både vattendjup och vattenhastighet tillåtas. Simuleringsresultatet för torråran i denna studie visade exempelvis på en vattenyta som i stort sett var oberoende av både beräkningsnätets och terrängmodellernas upplösning. Om syftet hade varit att göra en översvämningsskartering skulle de lägsta modellupplösningarna varit tillräckliga. Om syftet istället varit att identifiera optimala flödesförhållanden för specifika fiskarter m.h.t. vattendjup och vattenhastighet för i torråran bör en mer högupplöst modell användas då lokala förhållanden kan vara viktiga.

Beräkningsnätets upplösning utvärderades från 0,50 m vilket är lägre än för terrängmodellen som utvärderades från 0,10 m. Vid jämförelse av simuleringsresultat där terrängmodellens upplösningar var 0,10 m respektive 0,25 m var dock differenser väldigt små, se Figur 57, 60 och 63. Vid jämförelse mellan upplösningar 0,10 m och 0,50 m kunde skillnader iaktas, speciellt på svämplanen vid högflöde, men de var förhållandevis små se Figur 58, 61 och 64. Vid lägre upplösning än så erhålls stora differenser, se Figur 59, 62 och 65. För alla beräkningsnät som utvärderades ökade osäkerheten i simuleringsresultaten tydligt med minskad upplösningen, se Figur 47-53.

I de modeller som skapades i denna studie användes en homogen upplösning överallt. Beräkningsnätets upplösning bör absolut anpassas efter den detaljgrad man eftersträvar i alla områden. För en torråra likt den som behandlas i denna studie och om syftet kräver stor detaljnivå rekommenderas efter analys att upplösningen i terrängmodellen inte överskrider 0,5 m (helst 0,25 m) för de områden där stora variationer i geometrin förekommer. Beräkningsnätets upplösning rekommenderas inte överskrida 0,5 m. Det är dock viktigt att betona att alla torråror är olika. För att tillförlitliga resultat ska erhållas bör det göras en expertbedömning och/eller validering av modellen för varje enskilt fall. Då datorkraft ofta kan vara begränsande är det rimligt att förfina upplösningen i de områden som anses mer känsliga. En lägre upplösning kan användas där liten påverkan på osäkerheten antas, exempelvis vid områden som är indämda. Detta bör göras lokalt utifrån hur morfologin ser ut.

Det finns inte speciellt mycket forskning skrivet på området kopplat till flerdimensionella, hydrauliska modellers känslighet för modellupplösningar. Den forskning som finns är generellt gjord med en liknande metodik som den som följs i denna studie. I en artikel utvärderar Papaioannou et al. (2020) endast medianen för vattendjup och vattenhastighet för hela det modellerade området och således förbises lokala effekter. För både vattendjupets och vattenhastighetens känslighet till beräkningsnätets upplösning visas knappt någon effekt (ibid.). Känsligheten till terrängmodellen visar påverkan först när upplösningen överskrider 1,6 m (ibid.). Detta stämmer relativt väl överens med denna studies erhållna resultat, där stora skillnader för makro-skala antas erhållas först när upplösningen är relativt låg. I rapporten, "Metodik för hydraulisk modellering av torråror vid miljöanpassning av vattenkraft" visar Söderström et al.

(2020) tydligt på lokala skillnader för vattendjup och vattenhastighet i vattenfåran. Lika tydliga resultat iakttas inte i vattenfåran som denna studie behandlar och beror troligen främst på vattenhastighetens storlek och den låga variationen för bottengeometrier i vattenfåran. Med högre hastigheter och större variation i geometrin antas känsligheten för upplösning m.a.p. både beräkningsnätet och terrängmodellen att öka. Det finns flera andra studier på området men de analyserar generellt lägre upplösningar än vad som berörs i detta examensarbete. Vid låg upplösning på modeller erhålls en betydligt mer dramatisk effekt, även på makro-skala, se (Hardy et al. 1999; Haile & Rientjes 2005; Brussee et al. 2021).

5.3 OSÄKERHETER M.A.P. INFLÖDE OCH RÅHET

5.3.1 Osäkerhetsanalys

Utredning av osäkerheten för vattendjupet och vattenhastigheten gjordes både genom att analysera modellresponsens variation och genom skapandet av surrogatmodeller genom Polynomial Chaos Expansion.

5.3.1.1 Modellresponsens variation

Metoden Quasi Monte Carlo som användes för att göra urvalet gav tillfredställande resultat vilket illustreras i Figur 33-34. Utfallsrummet för inmatningsvariablernas sannolikhetsfördelningar är väl representerat både för flödet och råheten. Enligt flera artiklar har Quasi Monte Carlo bevisats vara väldigt effektiv, också vid simulering med andra variabler, jämfört med andra urvalsmetoder (Goeury et al. 2015; Assila et al. 2020). När urvalen är gjorda och simuleringar genomförda finns det dock inte någon möjlighet att utöka urvalet i efterhand. Detta gör att det är viktigt att välja ett tillräckligt stort urval redan från början för att tillförlitliga resultat ska erhållas. För att lösa det bör mindre krävande test-modeller först utvärderas för att sedan kunna ta ställning om urvalet är tillräckligt innan en riktig utvärdering görs.

Genom att skapa histogram för modellresponsens variation, d.v.s. både för vattendjupet och vattenhastigheten i de fem kontrollpunkterna ges en bild av hur responsen sprider sig i dess domän, se Figur 66-67. Det kan iakttas att det finns stora variationer mellan de olika punkterna vad gäller storlek på både vattendjup och vattenhastighet, men de flesta punkterna är nära proportionella till flödets täthetsfunktion, se Figur 29. Redan genom osäkerhetsanalysen kan därmed stor påverkan från inmatningsvariabeln flöde antas.

Statistik fördes för både vattendjupet och vattenhastigheten i de fem kontrollpunkterna, se Tabell 14-15. Medelvärde för vattendjupet och vattenhastigheten skiljer sig naturligt mellan kontrollpunkterna vilket även gäller variansen och standardavvikelsen. Detta kan förklaras genom skillnader i geometri längs vattenfåran, men det är viktigt att notera att osäkerheten för både vattendjupet och vattenhastigheten är olika stor i hela området. Så som inmatningsvariablerna definierades erhöles ganska stora variationer för både vattendjupet och vattenhastigheten. En alternativ analyseringsmetod hade kunnat vara att definiera hur flödet varierade på ett annat sätt. I denna studie definierades flödet genom att försöka beskriva hela flödets variation. Ett alternativ hade kunnat vara att rikta in sig på exempelvis högflödet och göra en utvärdering av just dess osäkerhet. Syftet hade då definierats annorlunda och andra resultat hade erhållits. Resultat från en osäkerhetsanalys kan därför se väldigt olika ut.

För att undersöka hur väl de statistiska momenten antas stämma för de förutsättningar som fanns undersökts dess konvergens. I Figur 68-69 undersöktes konvergensen av medelvärdet och standardavvikelsen genom att för ett ökat antal simuleringar beräkna medelvärdet för modellresponserna. För vattendjupet och vattenhastighetens medelvärde verkar modellen ligga väldigt nära konvergens. För standardavvikelsen ser det lite osäkrare ut och en uppåtgående trend kan noteras med antalet simuleringar. Fler simuleringar skulle alltså vara önskvärt för att erhålla helt tillförlitliga resultat för variationen av både vattendjup och vattenhastighet. Detta kan förklaras genom att titta på det urvalet från inmatningsvariablerna som gjordes, se Figur 32. På grund av att inflödets variation definierats genom Lognormal fördelning så är spridningen väldigt stor i urvalet. Väldigt få urval har gjorts från höga flöden vilket gör att dessa bidrag kan vara något underrepresenterade. Med denna analysmetod är detta svårt att kringgå, vilket är en anledning till att även Polynomial Chaos Expansion används.

5.3.1.2 Polynomial Chaos Expansion

Motsvarande osäkerhetsanalys genomförs också med surrogatmodeller genom Polynomial Chaos Expansion. För att säkerställa att polynomen som skapas beskriver den hydrauliska modellens riktiga variation görs valideringar, se Figur 71-72. Förutom några s.k. outliers beskriver polynomen den hydrauliska modellens variation väldigt väl.

Vid fastställd och validerad Polynomial Chaos Expansion för varje kontrollpunkt så erhöles, även för denna metod, medelvärde, varians och standardavvikelse, se Tabell 16-17. Vid jämförelse med det resultat som erhöles för modellresponsens variation, se Tabell 14-15, kan det noteras att skillnaden för medelvärdet är mindre än 0,001 m respektive m/s för vattendjup och vattenhastighet. Detta motsvarar endast en skillnad på ca. 0,1 % av vattendjupet och 0,2 % av vattenhastigheten. För att erhålla medelvärdet för modellresponsen så är de båda metoderna nästan exakt lika effektiva när urvalet är av storleken 1024. Detta kan förklaras med att medelvärdet i stort sett konvergerat och ett tillförlitligt medelvärde uppnåtts, se Figur 68-69. Rent teoretiskt så konvergerar dock PCE betydligt snabbare än att bara analysera responsen. Vid jämförelse av metoderna m.a.p. varians och standardavvikelse visar det sig att PCE i alla kontrollpunkter erhåller större värden för både vattendjup och vattenhastighet. Detta kan förklaras genom att de statistiska momenten för modellresponsens variation inte konvergerat. Variationen beskriver variationen i modellresponserna mer exakt och det visade sig att liknande variation erhöles vid ca. halva antalet simuleringar.

Något som är signifikant med Polynomial Chaos Expansion är att det inte är en påträngande (eng. Intrusive) metod. Med andra ord så anpassas inte de ursprungliga simuleringarna från den hydrauliska modellen och surrogatmodellen skapas helt separat. Detta gör att metoden egentligen kan appliceras på vilken typ av modell som helst. Litteraturen visar att det finns en mängd applikationsområden vilket kan vara allt ifrån byggnadsteknik till finans (Sudret 2016). Det enda som krävs är egentligen någon typ av känd variation i indata samt en generell funktion eller ett datorprogram där resultat kan erhållas. Detta gör applikationsområdet extremt brett.

5.3.2 Känslighetsanalys

För den kvalitativa känslighetsanalys som först genomfördes kan det för vattendjupet iaktas att flödets påverkan är väldigt stor jämfört med råheten, se Figur 72-73. Svaga trender kan dock noteras även för råhetens påverkan. Redan innan det görs en kvantitativ känslighetsanalys kan det dock förutsättas att flödet bidrar med den absolut största delen av vattendjupets variation. För

vattenhastigheten är flödets påverkan fortfarande stor även om råheten dock visar på tydligare trender, se Figur 74-75. Kontrollpunkt 4 är dock anmärkningsvärd då en nästan linjär trend mellan storlek på vattenhastighet och råheten kan iakttas. I punkten verkar både flödet och råheten samspela för de värden som erhålls för vattenhastigheten. I Figur 76-77 som visar Cobweb-grafer illustreras dessa samband tydligt.

För den kvantitativa känslighetsanalysen användes Polynomial Chaos Expansion för att beräkna Sobols känslighetsindex. För vattendjupet visades som väntat, efter den kvalitativa känslighetsanalysen, väldigt stor påverkan från flödet, se Tabell 18 och Figur 78. För alla fem kontrollpunkter står flödet för mellan 95 - 99 % av variansen av vattendjupet, vilket erhölls av den totala ordningens Sobols index. Råhetens största påverkan på vattendjupets varians kan iakttas i kontrollpunkt 4, vilket tidigare identifierats som en intressant punkt. Förklaringen för detta är starkt kopplad till vattenhastigheten och förklaras i följande stycke. Flödets största påverkan på vattendjupets varians kan iakttas i kontrollpunkt 5. Vattendjupet är vid denna punkt kraftigt påverkat av den bestämmande sektionen som förekommer vid överfallsdammen. Det är ett område med låg vattenhastighet och avståndet är väldigt litet till överfallsdammen vilket minskar råhetens inverkan. Kontrollpunkter 1-3 visar på ganska lika resultat vilket kan förklaras av placeringen i vattenfåran. De ligger alla något indämt med relativt långt avstånd till närmaste större potentialskillnad i geometrin och därför är hastigheten också relativt låg. Flödet är strömmande och den lilla påverkan från råheten kommer troligt från närmsta branta parti i geometrin nedströms respektive kontrollpunkt, se Figur 42-44.

Vattenhastigheten visar, liksom för vattendjupet, på stort beroende av inflöde till modellen. Kontrollpunkt 4 sticker dock ut och visar även på stor påverkan från Mannings tal, se Tabell 19 och Figur 79. I punkten står flödet fortfarande för den större delen av variationen i vattenhastigheten men råhetens påverkan är betydligt tydligare än i övriga kontrollpunkter. En anledning till detta är troligen att vattenhastigheterna är större i denna kontrollpunkt jämfört med övriga oavsett storlek på inflöde, se Figur 42. Detta för med sig att flödesmotståndet också blir större vilket skulle förklara ökad påverkan från råheten. Detta bekräftas även av sambanden som beskrivs utifrån Mannings formel där friktionsförlusterna är proportionella mot vattenhastigheten i kvadrat vilket tydliggör vattenhastighetens stora korrelation med friktionsförluster, se Ekvation 6. Något som också kan påverka är att vattnet vid högre flöden i större utsträckning använder flödesvägar över svämplanen istället för genom kontrollpunkten. Vattenhastighetens ökning planar ut vid ökning av inflödet ut för att sedan minska över ca. 20 m³/s. Detta sker på grund av att vattennivån nedströms blir högre och det skapas en indämmande effekt. Vattenhastigheten i kontrollpunkten har således inte lika stort beroende av inflödet som för andra kontrollpunkter vid beaktning av osäkerheter men beroendet är fortfarande starkt.

För totala ordningens Sobols index kan det noteras att ett högre värde än 1 erhålls vid addition av båda variablernas index. Detta kan förklaras med att det finns en samvariation mellan inmatningsvariablerna, d.v.s. en kovarians. Sobols känslighetsindex bygger på ANOVA vilket förutsätter antagandet att variablerna är oberoende av varandra, vilket då inte helt återspeglar variationen för flöde och Mannings tal i kontrollpunkt 4. Det är dock möjligt att introducera index som bygger på ANCOVA som även tar hänsyn till kovarians (Sudret & Caniou 2013).

5.4 FORTSATTA STUDIER

För att vidare utreda hur upplösning i beräkningsnät och terrängmodeller påverkar simuleringsresultat vid hydraulisk modellering skulle kvantitativa analyser vara intressant. För torrfåror kunde lokala effekter vara stora vilket gör detta ganska svårt, men upprättandet av en ny metod där lokala effekter inkluderas skulle vara praktiskt. Något som också skulle vara intressant att undersöka är hur stor påverkan modellstrukturen har på simuleringsresultatet för en torrfåra, förslagsvis genom att jämföra, 1D-, 2D- och 3D-modellering för en mindre sträcka. Att utreda skillnader mellan olika programvaror, exempelvis TELEMAC, MIKE och HEC-RAS skulle också vara mycket intressant. Även turbulensmodellens påverkan hade varit intressant att undersöka närmare.

Det finns många olika metoder för att utföra osäkerhets och känslighetsanalyser. Ett problem med många är att de inte är särskilt effektiva för användning till icke linjära problem. De metoder som är anpassade för att lösa dessa problem kräver överlag väldigt stora urval vilket gör de mindre praktiskt tillämpbara för numeriska beräkningar då dessa generellt är väldigt krävande att beräkna. Detta är också fallet för hydrauliska beräkningsmodeller. Exempel på sådana metoder är Saltellis Metod och Fourier Amplitude Sensitivity Test, vilka båda är vanligt förekommande inom litteraturen. Som en fortsatt studie hade det varit intressant att ställa flera metoder mot varandra och jämföra hur väl de presterar vid olika flöden och geometrier.

Att använda Polynomial Chaos Expansion eller andra surrogatmodeller verkar vara ett väldigt effektivt sätt att utföra osäkerhets- och känslighetsanalyser. Ett förslag på fortsatta studier inom detta vore att utreda om det finns några samband mellan geometriens komplexiteter, flödets variationer och hur många simuleringar som krävs för att erhålla tillförlitliga resultat för en osäkerhets- och känslighetsanalys.

Något som också vore intressant att undersöka närmare är hur väl Polynomial Chaos Expansion presterat vid analysering av osäkerheter och känsligheter vid andra hydrauliska event. Exempelvis hade det varit intressant att analysera om tillförlitliga resultat även kan erhållas vid en dammbrottsberäkning. Då applikationsområdet för Polynomial Chaos Expansion är såpass brett hade det varit intressant om metoden för osäkerhets- och känslighetsanalys användes även inom andra teknikområden

6 SLUTSATSER

Utifrån de simuleringsresultat som erhålls för den del av torrfåran som studeras i detta examensarbete kunde flödets stora påverkan noteras. På större skala är det i särklass det som påverkar behandlat studieobjekt mest vad gäller vattennivå, vattendjup och vattenhastighet. För låga flöden så var vattnets utbredning koncentrerat till vattenfåran och det krävdes relativt höga flöden för att hela svämplanen skulle blötläggas. De största vattenhastigheterna kunde iaktas där det fanns störst potentialskillnader i geometrin men påverkades också av hur tvärrnittsarean för flödet förändrades.

Analysen av terrängmodellens och beräkningsnätets påverkan på simuleringsresultaten visade på lokala effekter för både vattendjup och vattenhastighet. De lokala effekterna gör att osäkerheter kan uppstå när lägre modellupplösning används och i synnerhet vid områden där det finns en stor variation i geometrin. Vid bestämning av modellupplösning bör extra försiktighet vidtas om delar av geometrin sticker upp över vattenytan då dessa helt kan förbises i en lågt upplöst modell. Sambandet mellan terrängmodellens upplösning och beräkningsnätets upplösning var starkt. Om beräkningsnätets upplösning hölls konstant var det tydligt att ökad upplösning på terrängmodellen inte nödvändigtvis minskar osäkerheten. Optimala kombinationer av upplösningar för både terrängmodell och beräkningsnät är något som måste bestämmas för varje specifikt fall. Något som visade sig vara väldigt viktigt att beakta var vattenhastighetens påverkan på osäkerheter kopplade till modellupplösningen. Vid höga vattenhastigheter förstärktes effekterna kopplade till vilka modellupplösningar som ansatts. Områden med höga hastigheter bör därför också modelleras med finare upplösning. Vilka modellupplösningar som bör användas är också beroende på vilket syfte den hydrauliska modellen är upprättad för att undersöka. För den specifika torrfåran som denna studie behandlar bör varken upplösningen i terrängmodellen eller beräkningsnätet underskrida 0,5 m ifall liten osäkerhet eftersträvas i resultatet. Det är dock värt att notera att lägre upplösning skulle kunna användas på ytor där påverkan på osäkerheten antas vara låg.

Osäkerhets- och känslighetsanalysen som gjordes kvantifierade påverkan från flödet och råheten inom fördefinierade sannolikhetsfördelningar. Resultatet visade på relativt stora variationer i både vattendjup och vattenhastighet. Metoden Polynomial Chaos Expansion användes för både osäkerhets- och känslighetsanalyserna och den visar sig prestera väldigt bra. Jämfört med mer klassiska metoder som endast utvärderar resultaten kunde Polynomial Chaos Expansion snabbare konvergera och mer tillförlitliga resultat erhållas. Sobols känslighetsindex togs fram med metoden visade på inflödets stora påverkan på både vattendjup och vattenhastighet kunde också bekräftas och kvantifieras. För de undersökta kontrollpunkterna 1, 2, 3 och 5 var påverkan från flödet slående, troligtvis på grund av det starka sambandet mellan låg vattenhastighet och litet flödesmotstånd, vilket var signifikant i punkterna. Vid kontrollpunkt 4 var påverkan från råheten betydligt större vilket delvis kan förklaras genom att punkten var placerad i ett område där vattenhastigheten var hög vilket medförde större flödesmotstånd men också genom iakttagelser av förändringar för strömningsförhållanden vid kontrollpunkten. Detta illustrerar vikten i att analysera liknande typer av områden vid olika inflöden då samband som inte är förutsägbara eventuellt kan belysas.

Analyserna som utfördes belyser vikten av tillförlitliga indata men belyser också fördelen med att besitta god kunskap om var modelleringsinsatser bör fokuseras för att på så sätt spara på resurser. Flödets stora inverkan på osäkerheterna som kunde iaktas från alla analyser tydliggör vikten av tillförlitliga indata m.h.t. rådande hydrologiska förhållanden samt regleringsstrategier.

7 REFERENSER

Assila, L., Secher, M., Viard, T., Blancher, B. & Goeury, C. (2020). Uncertainty Propagation in Telemac 2D Dam Failures Modelling and Downstream Hazard Potential Assessment. 465–480. https://doi.org/10.1007/978-981-15-5436-0_37

Beven, K. (2006). A manifesto for the equifinality thesis. *Journal of Hydrology*, 320 (1), 18–36. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2005.07.007>

Bratton, A. (2017). *A Comparison of 1D and 2D HEC-RAS Models of the Napa River Through the City of St. Helena, California*. California State University, Sacramento. <https://books.google.se/books?id=4SM0tAEACAAJ>

Brussee, A.R., Bricker, J.D., Bruijn, K.M.D., Verhoeven, G.F., Winsemius, H.C. & Jonkman, S.N. (2021). Impact of hydraulic model resolution and loss of life model modification on flood fatality risk estimation: Case study of the Bommelerwaard, The Netherlands. *Journal of Flood Risk Management*, n/a (n/a), e12713. <https://doi.org/10.1111/jfr3.12713>

Chen, S., Garambois, P.-A., Finaud-Guyot, P., Dellinger, G., Mosé, R., Terfous, A. & Ghenaim, A. (2018). Variance based sensitivity analysis of 1D and 2D hydraulic models: An experimental urban flood case. *Environmental Modelling & Software*, 109, 167–181. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2018.08.008>

Deniz, A., Ferreira, E., Johansson, E., Johansson, H., Lindbäck, J. & Wiskman, L. (2017). *Matematiska modeller av läkemedelsprojekt - Känslighetsanalys som verktyg i beslutsfattning*. <https://docplayer.se/162915685-Matematiska-modeller-av-lakemedelsprojekt.html> [2021-03-02]

Energiföretagen Sverige (2020-11-05). *Vattenkraft*. <https://www.energiforetagen.se/energifakta/elsystemet/produktion/vattenkraft/> [2021-03-11]

Energiföretagen Sverige (2021-03-02). *Vattenkraftens miljöfrågor*. <https://www.energiforetagen.se/energifakta/miljo-och-klimat/elens-miljopaverkan/vattenkraftens-miljofragor/> [2021-03-11]

Esri (2018). ”Imagery” [basemap]. Skala: 1:5900. ”World Imagery Map”. . <https://www.arcgis.com/home/item.html?id=10df2279f9684e4a9f6a7f08febac2a9>

European Commission (2009). *Impact assessment guidelines*. https://ec.europa.eu.ezproxy.its.uu.se/smart-regulation/impact/commission_guidelines/docs/iag_2009_en.pdf [2021-03-04]

European Commission (2021). *Hydropower. European Commission - European Commission*. [Text]. http://ec.europa.eu/info/research-and-innovation/research-area/energy-research-and-innovation/hydropower_en [2021-03-11]

Florinsky, I.V. (2016). Digital Elevation Models. I: Florinsky, I.V. (red.) *Digital Terrain Analysis in Soil Science and Geology (Second Edition)*. Academic Press, 77–108. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-804632-6.00003-1>

- French, R.H. (red.) (1987). Chapter 3 Basic Principles of Open Channel Hydraulics. *Developments in Water Science*. Elsevier, 82–135. [https://doi.org/10.1016/S0167-5648\(08\)70006-6](https://doi.org/10.1016/S0167-5648(08)70006-6)
- Freudenthal, A.M. (1947). The safety of structures. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 112 (1), 125–159
- Glock, K., Tritthart, M., Habersack, H. & Hauer, C. (2019). Comparison of Hydrodynamics Simulated by 1D, 2D and 3D Models Focusing on Bed Shear Stresses. *Water*, 11 (2), 226. <https://doi.org/10.3390/w11020226>
- Goeury, C., David, T., Ata, R., Boyaval, S., Audouin, Y., Goutal, N. & Barate, R. (2015). Uncertainty quantification on a real case with TELEMAC-2D. *Proceedings of the XXII TELEMAC-MASCARET Technical User Conference October 15-16, 2017*. Warrington: STFC Daresbury Laboratory., 44–51
- Haile, A.T. & Rientjes, T. (2005). Effects of LiDAR DEM resolution in flood modelling: a model sensitivity study for the city of Tegucigalpa, Honduras. *Isprs wg iii/3, iii/4*, 3, 12–14
- Hall, J., Boyce, S., Wang, Y., Dawson, R., Tarantola, S. & Saltelli, A. (2009). Sensitivity Analysis for Hydraulic Models. *Journal of Hydraulic Engineering-asce - J HYDRAUL ENG-ASCE*, 135. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000098](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000098)
- Handboken Bygg (1985). *Väg- och vattenbyggnader*. LiberFörlag Stockholm.
- Hardy, R.J., Bates, P.D. & Anderson, M.G. (1999). The importance of spatial resolution in hydraulic models for floodplain environments. *Journal of Hydrology*, 216 (1), 124–136. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(99\)00002-5](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(99)00002-5)
- Havs- och vattenmyndigheten (2020-06-25). *Nationell plan för omprövning av vattenkraft*. [text]. <https://www.havochvatten.se/vattenkraft-och-arbete-i-vatten/vattenkraftverk-och-dammar/nationell-plan-for-omprovning-av-vattenkraft/nationell-plan-for-omprovning-av-vattenkraft.html> [2021-03-11]
- Hervouet, J.-M. (2007). Hydrodynamics of Free Surface Flows: Modelling With the Finite Element Method. *Hydrodynamics of Free Surface Flows: Modelling with the finite element method*. <https://doi.org/10.1002/9780470319628>
- Iooss, B. & Lemaître, P. (2015). A Review on Global Sensitivity Analysis Methods. I: Dellino, G. & Meloni, C. (red.) *Uncertainty Management in Simulation-Optimization of Complex Systems: Algorithms and Applications*. Boston, MA: Springer US, 101–122. https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7547-8_5
- Johansen, A.M. (2010). Monte Carlo Methods. I: Peterson, P., Baker, E., & McGaw, B. (red.) *International Encyclopedia of Education (Third Edition)*. Oxford: Elsevier, 296–303. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-044894-7.01543-8>
- Konakli, K. & Sudret, B. (2016). Global sensitivity analysis using low-rank tensor approximations. *Reliability Engineering & System Safety*, 156. <https://doi.org/10.1016/j.res.2016.07.012>

- Lantmateriet (2021). Topografisk webbkarta . <https://minkarta.lantmateriet.se>
- Lemieux, C. (2009). *Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Sampling*. Springer Science & Business Media.
- Levi, R. (1949). *Calculs probabilistes de la sécurité des constructions.*, 1949.
- Lüthen, N., Marelli, S. & Sudret, B. (2021). Sparse Polynomial Chaos Expansions: Literature Survey and Benchmark. *arXiv:2002.01290 [cs, math, stat]*. <http://arxiv.org/abs/2002.01290> [2021-03-12]
- Mattsson, K. (1998-09-22). *Numerisk analys*. <http://user.it.uu.se/~ken/stipendie/node1.html> [2021-03-16]
- Mayer, M. (1926). *Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften anstatt nach zulässigen Spannungen*. J. Springer.
- Mixing length model (2021). *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Mixing_length_model&oldid=1017634344 [2021-05-05]
- Moran, E.F., Lopez, M.C., Moore, N., Müller, N. & Hyndman, D.W. (2018). Sustainable hydropower in the 21st century. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 115 (47), 11891–11898. <https://doi.org/10.1073/pnas.1809426115>
- Mouradi, R.-S., Audouin, Y., Goeury, C., Claude, N., Tassi, P. & El Kadi Abderrezzak, K. (2016). Sensitivity analysis and uncertainty quantification in 2D morphodynamic models using a newly implemented API for TELEMAC2D/SISYPHE., Paris, France, oktober 2016. Paris, France. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01474512> [2021-02-18]
- Musall, M., Oberle, P. & Nestmann, F. (2011). Flood Risk Assessment and Management. I: Schumann, A.H. (red.) *Flood Risk Assessment and Management: How to Specify Hydrological Loads, Their Consequences and Uncertainties*. Dordrecht: Springer Netherlands, 187–209. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9917-4_9
- NIST (2013). *e-Handbook of Statistical Methods*. <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda366.htm> [2021-04-29]
- Novak, P., Guinot, V., Jeffrey, A. & Reeve, D.E. (2018). *Hydraulic Modelling: An Introduction: Principles, Methods and Applications*. CRC Press.
- openTURNS (u.å.). *Functional Chaos Algorithm*. https://openturns.github.io/openturns/latest/user_manual/response_surface/_generated/openturns.FunctionalChaosAlgorithm.html#openturns.FunctionalChaosAlgorithm [2021-05-23]
- Papaoannou, G., Papadaki, C. & Dimitriou, E. (2020). Sensitivity of habitat hydraulic model outputs to DTM and computational mesh resolution. *Ecohydrology*, 13 (2), e2182. <https://doi.org/10.1002/eco.2182>

Paquier, A., Proust, S. & Faure, J.-B. (2017). Hydrodynamic Modeling to Characterize Floods and Predict Their Impacts. I: Vinet, F. (red.) *Floods*. Elsevier, 129–147.
<https://doi.org/10.1016/B978-1-78548-268-7.50008-0>

Partiell differentialekvation (2020). *Wikipedia*.
https://sv.wikipedia.org/w/index.php?title=Partiell_differentialekvation&oldid=48534077
[2021-05-30]

Pianosi, F., Beven, K., Freer, J., Hall, J.W., Rougier, J., Stephenson, D.B. & Wagener, T. (2016). Sensitivity analysis of environmental models: A systematic review with practical workflow. *Environmental Modelling & Software*, 79, 214–232.
<https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2016.02.008>

Quasi-Monte Carlo method (2021). *Wikipedia*.
https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Quasi-Monte_Carlo_method&oldid=1024043691
[2021-06-08]

Rakovec, O., Hill, M.C., Clark, M.P., Weerts, A.H., Teuling, A.J. & Uijlenhoet, R. (2014). Distributed Evaluation of Local Sensitivity Analysis (DELSA), with application to hydrologic models. *Water Resources Research*, 50 (1), 409–426. <https://doi.org/10.1002/2013WR014063>

Razavi, S. (2017). *A New Framework for Comprehensive, Efficient, and Robust Global Sensitivity Analysis*. European Commission Joint Research Centre (JRC).
https://www.youtube.com/watch?v=BfVCYx0O4e4&ab_channel=MayeulKauffmann [2021-03-05]

Rodi, W. (1993). *Turbulence Models and Their Application in Hydraulics*. CRC Press.

Saltelli, A. (2002). Sensitivity Analysis for Importance Assessment. *Risk Analysis*, 22 (3), 579–590. <https://doi.org/10.1111/0272-4332.00040>

Saltelli, A., Aleksankina, K., Becker, W., Fennell, P., Ferretti, F., Holst, N., Li, S. & Wu, Q. (2019). Why so many published sensitivity analyses are false: A systematic review of sensitivity analysis practices. *Environmental Modelling & Software*, 114, 29–39.
<https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2019.01.012>

Saltelli, A., Chan, K. & Scott, E.M. (2000). *Sensitivity Analysis*.

Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M. & Tarantola, S. (2008). *Global sensitivity analysis: the primer*. John Wiley & Sons.

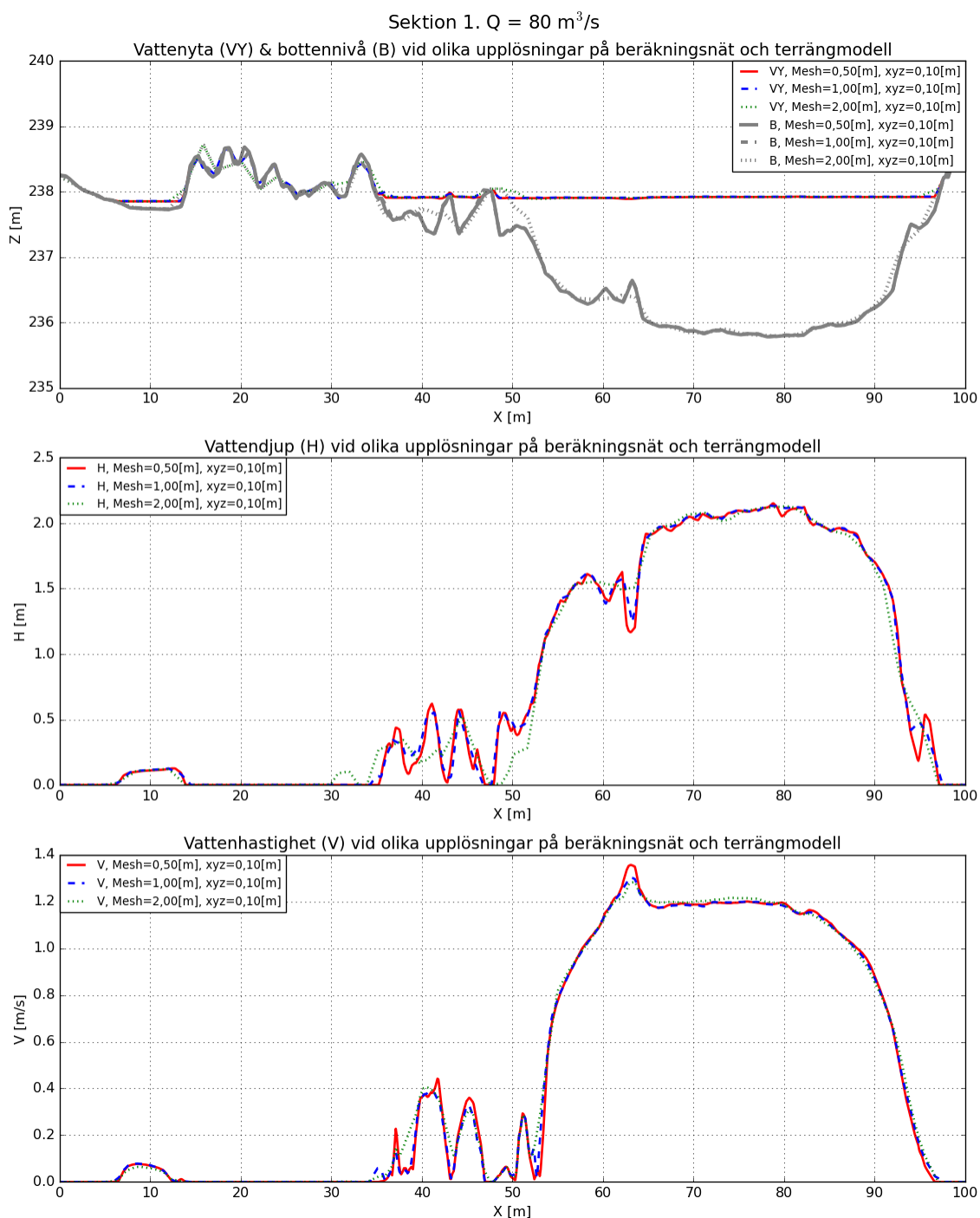
Saltelli, A. & Tarantola, S. (2002). On the Relative Importance of Input Factors in Mathematical Models. *Journal of the American Statistical Association*, 97 (459), 702–709.
<https://doi.org/10.1198/016214502388618447>

Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F. & Ratto, M. (2004). *Sensitivity Analysis in Practice: A Guide to Assessing Scientific Models*. <https://doi.org/10.1002/0470870958>

- Shallow water equations (2021). *Wikipedia*.
https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Shallow_water_equations&oldid=1022755772
 [2021-05-30]
- Spectral method (2021). *Wikipedia*.
https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Spectral_method&oldid=1022786704 [2021-06-10]
- Statistiska Centralbyrån (2021-02-11). Elektricitet i Sverige. Statistiska Centralbyrån.
<http://www.scb.se/hitta-statistik/sverige-i-siffror/miljo/elektricitet-i-sverige/> [2021-03-11]
- Sudret, B. (2007). Uncertainty propagation and sensitivity analysis in mechanical models. *Habilitationa diriger des recherches, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France*, 147
- Sudret, B. (2008). Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansion. *Reliability Engineering & System Safety*, 93, 964–979. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2007.04.002>
- Sudret, B. (2016). *Polynomial Chaos Expansions in Engineering*. Université de La Réunion.
https://www.youtube.com/watch?v=fxUVBSbmqdI&ab_channel=Universit%C3%A9deLaR%C3%A9union [2021-03-10]
- Sudret, B. & Caniou, Y. (2013). *Analysis of covariance (ANCOVA) using polynomial chaos expansions*. CRC Press/Balkema.
- Svenskt näringsliv (2019). Högre elanvändning år 2045., oktober 9 2019.
https://www.svensktnaringsliv.se/bilder_och_dokument/2spdr2_hogre-elanvandning-2045pdf_1138079.html/Hgre+elanvndning+2045.pdf
- Sveriges Regering (2018-04-12). *Vattenmiljö och vattenkraft, Proposition 2017/18:243*.
<https://www.regeringen.se/rattsliga-dokument/proposition/2018/04/prop.-201718243/> [2021-03-11]
- Söderström, A., Cederborg, D., Broström, S. & Ligier, P.-L. (2020). *Metodik för hydraulisk modellering av torrfårar vid miljöanpassning 2020-702*.
<https://energiforsk.se/program/vattenkraftens-miljoforskningsprogram/rapporter/metodik-for-hydraulisk-modellering-av-torrfaror-vid-miljoanpassning-2020-702/> [2021-01-15]
- Tiberi-Wadier, A.-L., Goutal, N., Ricci, S., Sergent, P. & Monteil, C. (2019). Sensitivity Analysis of the Mascaret model on the Odet River., oktober 16 2019.
- Turbulence (2021). *Wikipedia*.
<https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Turbulence&oldid=1017409350> [2021-05-05]
- U.S. Army Corps of Engineers (2016). *HEC-RAS River Analysis System, Hydraulic Reference Manual, Version 5.0*. Davis: Institute for water resources, Hydrologic engineering centre.
- Welty, J.R. (2008). *Fundamentals of momentum, heat, and mass transfer*. Danver, MA: Wiley.
- Xu, C. & Gertner, G. (2011). Understanding and comparisons of different sampling approaches for the Fourier Amplitudes Sensitivity Test (FAST). *Computational Statistics & Data Analysis*, 55 (1), 184–198. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2010.06.028>

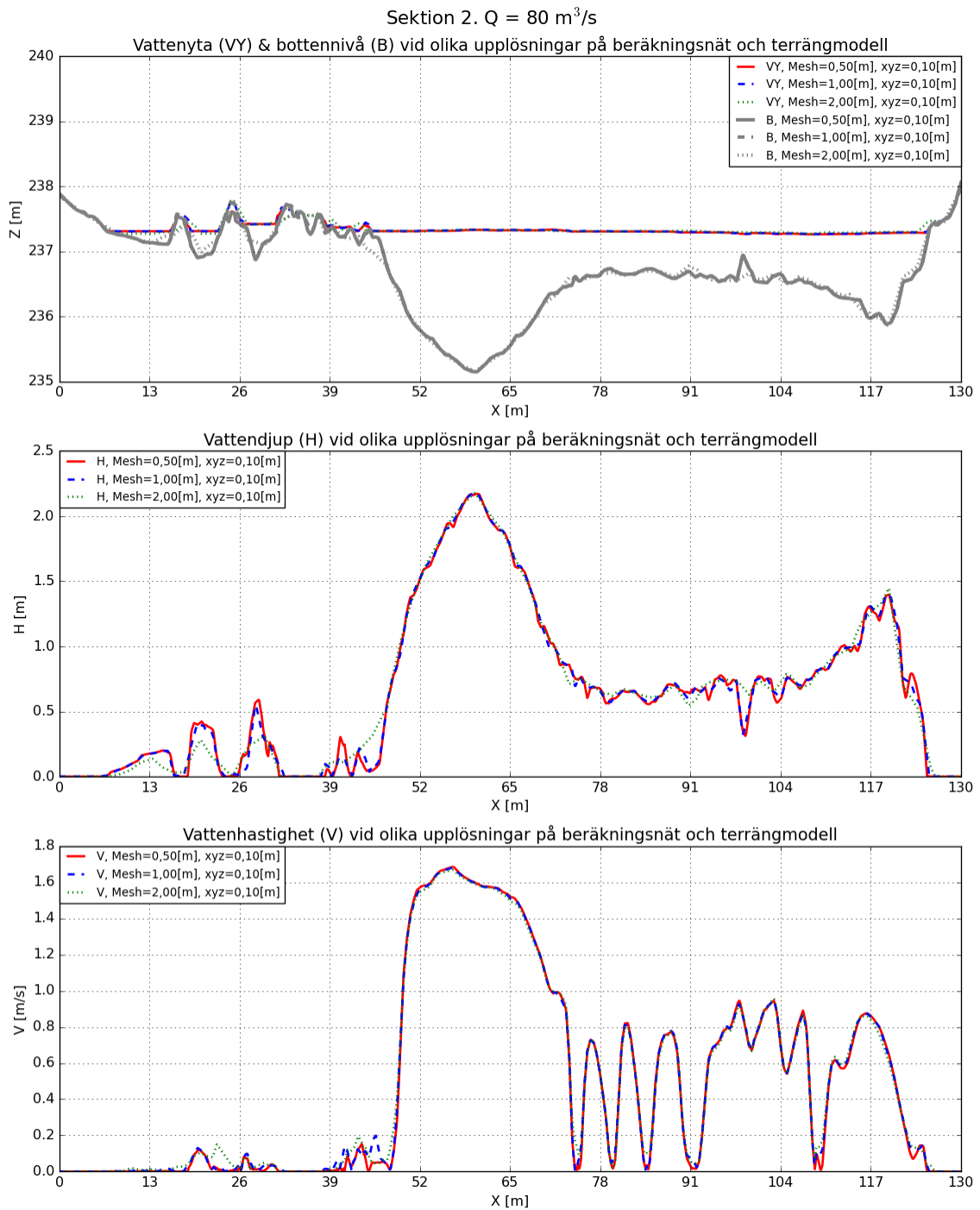
APPENDIX A - SEKTIONER

I Figur A1 visas vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet i Sektion 1 vid olika upplösningar på beräkningsnätet under högflöde. Sektionen representerar även variation för terrängmodellens upplösning då resultaten är snarlika. Variationer från lägre flöden visar också på liknande tendenser i själva vattenfåran förutom att storleken i resultatet är annorlunda.



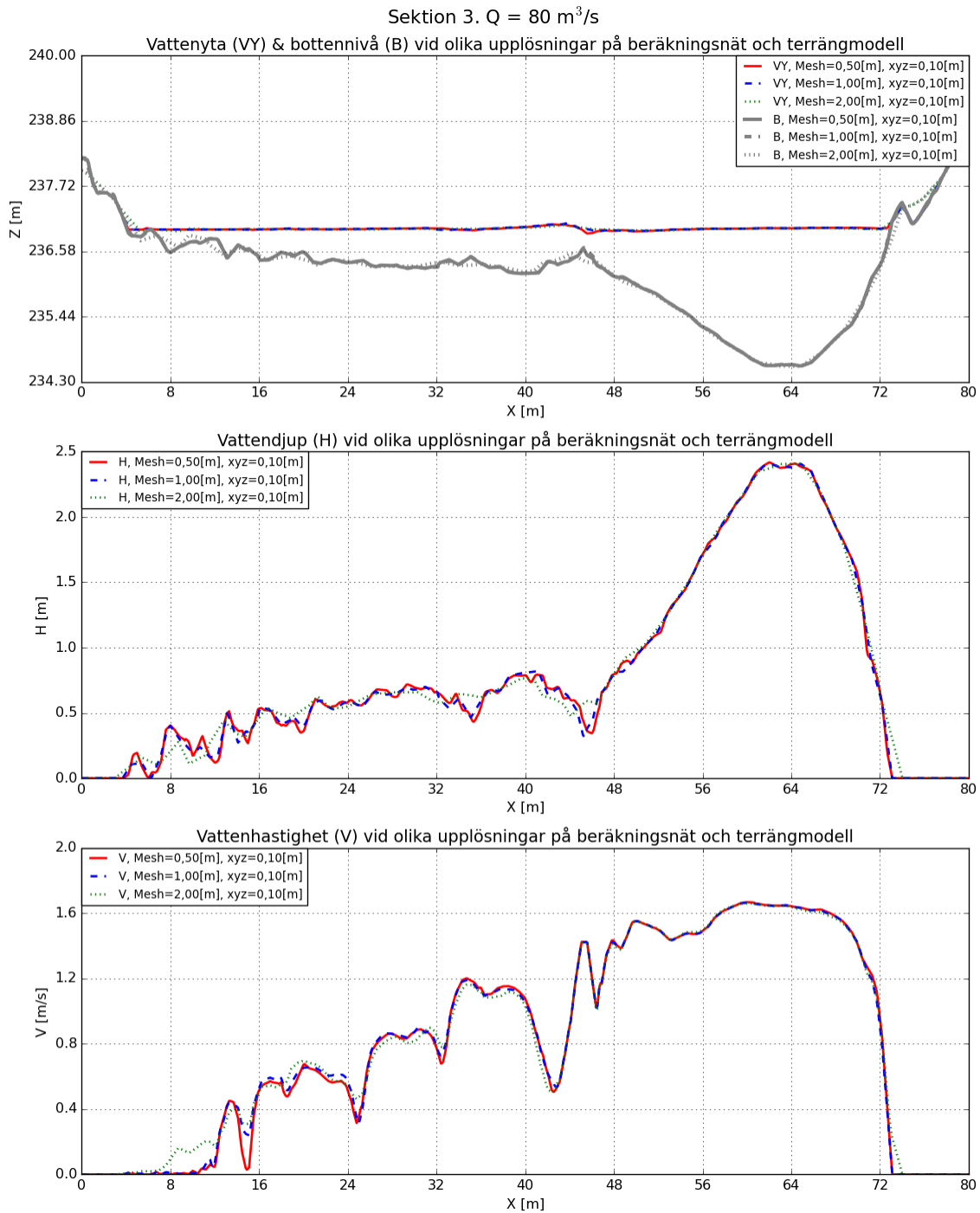
Figur A1. Vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet i Sektion 1 vid olika upplösningar på beräkningsnätet under högflöde.

I Figur A2 visas vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet i Sektion 2 vid olika upplösningar på beräkningsnätet under högflöde. Sektionen representerar även variation för terrängmodellens upplösning då resultaten är snarlika. Variationer från lägre flöden visar också på liknande tendenser i själva vattenfåran förutom att storleken i resultatet är annorlunda.



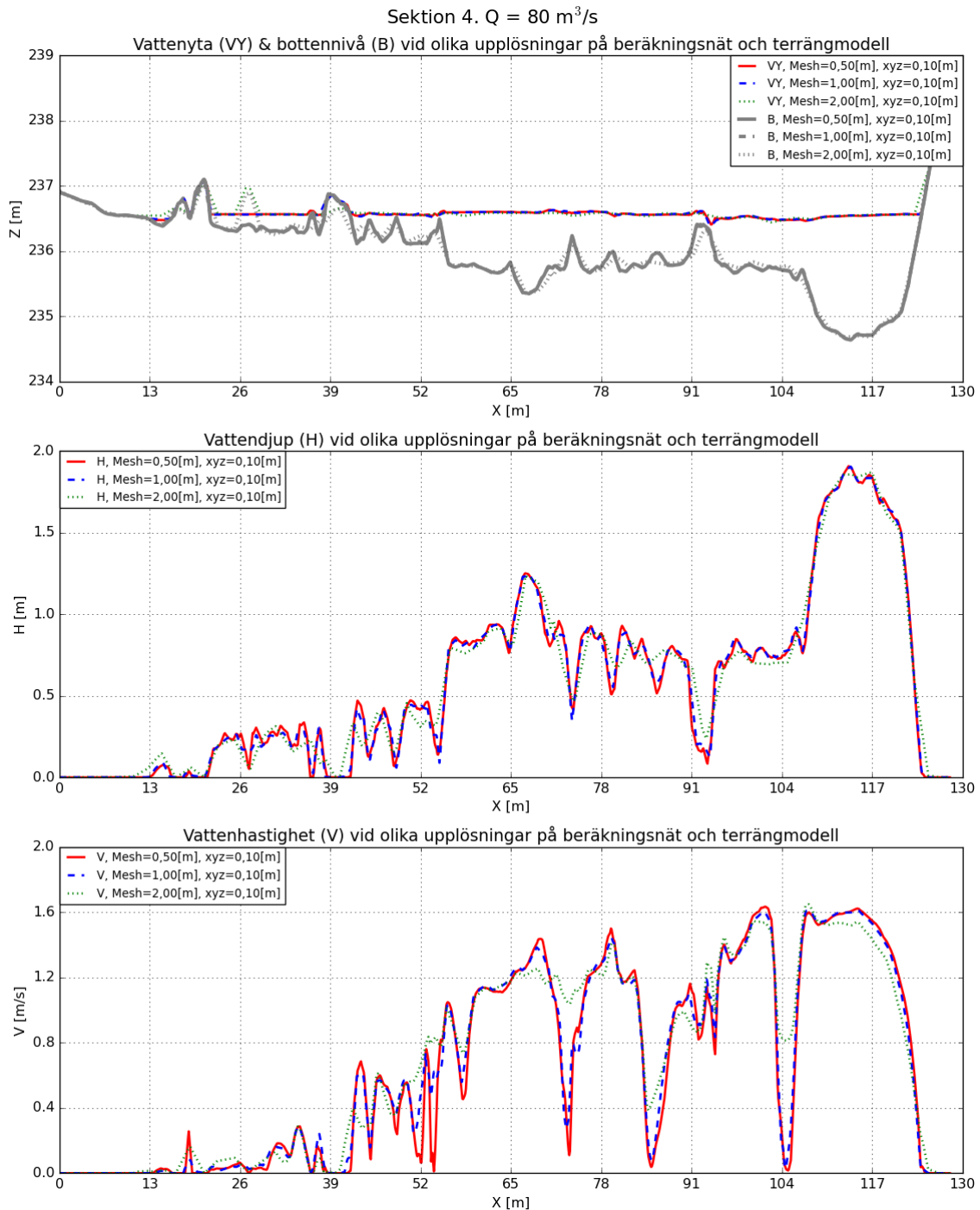
Figur A2. Vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet i Sektion 2 vid olika upplösningar på beräkningsnätet under högflöde.

I Figur A3 visas vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet i Sektion 3 vid olika upplösningar på beräkningsnätet under höglöde. Sektionen representerar även variation för terrängmodellens upplösning då resultaten är snarlika. Variationer från lägre flöden visar också på liknande tendenser. Variationer från lägre flöden visar också på liknande tendenser i själva vattenfåran förutom att storleken i resultatet är annorlunda.



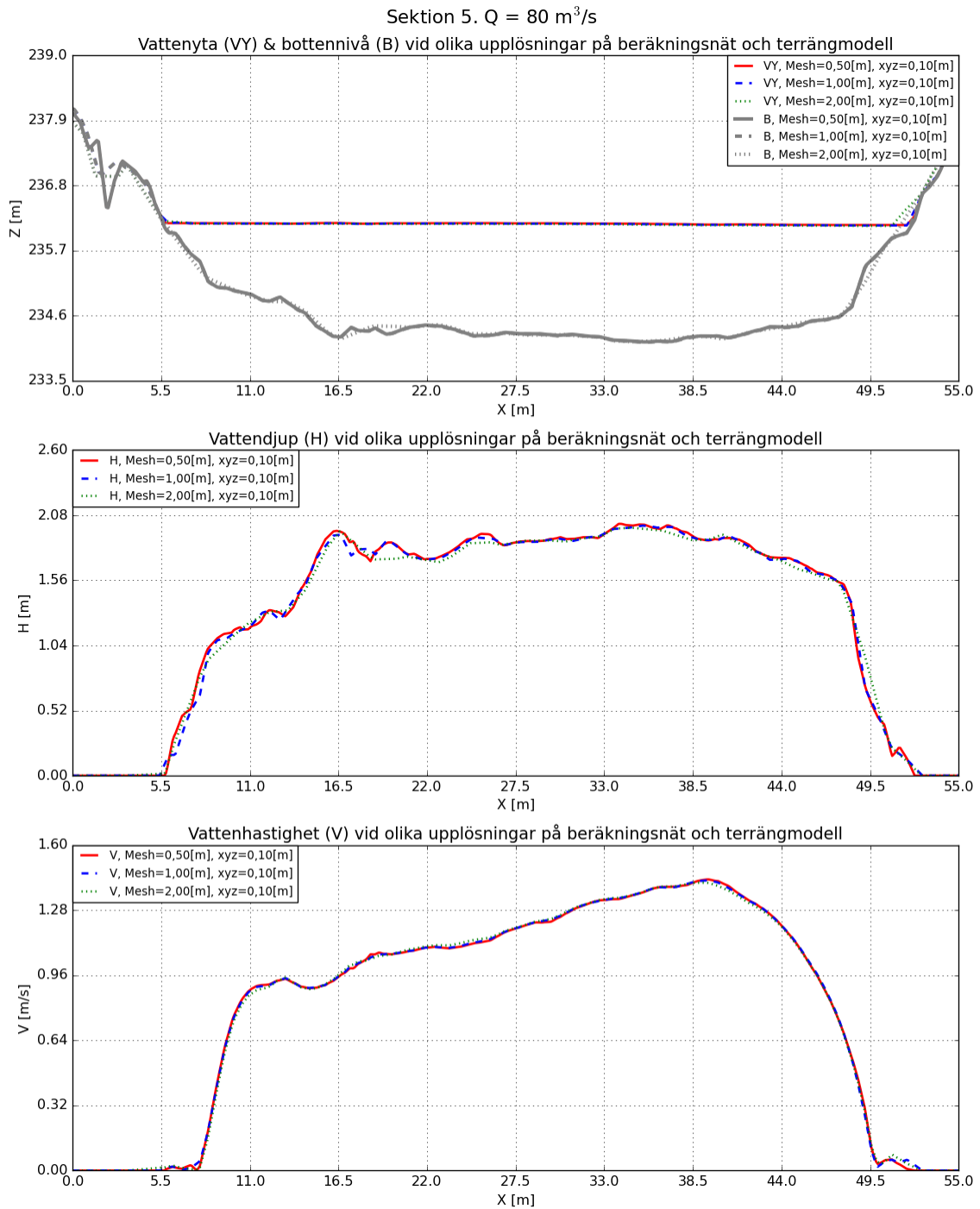
Figur A3. Vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet i Sektion 3 vid olika upplösningar på beräkningsnätet under höglöde.

I Figur A4 visas vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet i Sektion 4 vid olika upplösningar på beräkningsnätet under högflöde. Sektionen representerar även variation för terrängmodellens upplösning då resultaten är snarlika. Variationer från lägre flöden visar också på liknande tendenser. Variationer från lägre flöden visar också på liknande tendenser i själva vattenfåran förutom att storleken i resultatet är annorlunda.



Figur A4. Vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet i Sektion 4 vid olika upplösningar på beräkningsnätet under högflöde.

I Figur A5 visas vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet i Sektion 5 vid olika upplösningar på beräkningsnätet under högflöde. Sektionen representerar även variation för terrängmodellens upplösning då resultaten är snarlika. Variationer från lägre flöden visar också på liknande tendenser. Variationer från lägre flöden visar också på liknande tendenser i själva vattenfåran förutom att storleken i resultatet är annorlunda.



Figur A5. Vattenyta, bottennivå, vattendjup och vattenhastighet i Sektion 5 vid olika upplösningar på beräkningsnätet under högflöde.