

Numerisk modell för spridning av avloppsvatten

Jakob Malm

Referat

Numerisk modell för spridning av avloppsvatten

Jakob Malm

I detta examensarbete har en numerisk Javamodell utvecklats för beräkning av utspädning alternativt temperaturvariation i en avloppsvattenplym. Modellen är en vidareutveckling ur en befintlig Matlabmodell framtagen av Mikael Malmaeus på ÅF. I grundutförandet utgår modellen från ett kontinuerligt utsläppsflöde där utspädningen beräknas med avståndet från utsläppspunkten under det att avloppsvattnet transporteras bort och späds ut av omgivande strömmar. Avloppsvattenplymen delas in i cirkelsegment och modellen bygger på massbalans där ett rumsmedelvärde beräknas för varje segment under antagandet att avloppsvattnet håller sig inom simuleringsområdets ramar.

Utvecklingen av modellen inom ramen för examensarbetet har bl.a. resulterat i:

- Funktionellt användargränssnitt för enkel hantering av indata. Simuleringsresultat presenteras i Excel-filer och även med hjälp av enkel grafik
- Metoder för hanterandet av rörelsemängd och 'crossflow'
- Metoder för hanterandet av temperaturvariation i kylvattenutsläpp
- Möjlighet att använda gränsvärden för plymens transversella spridning
- Alternativ diskretisering för simuleringar av utsläpp i vattendrag (endimensionellt istället för tvådimensionellt flöde)

Grundidén vid utformandet av modellen var framförallt att åstadkomma ett verktyg som skall kunna användas i situationer där relativt få indata existerar eller för att göra grova miljöbedömningar vid relativt enkla frågeställningar. För att validera modellens tillförlitlighet jämfördes simuleringsresultat både med mätvärden och analytiska beräkningar. Dessa jämförelser visar på god överensstämmelse mellan uppmätta och simulerade värden. Dock behöver fler tester genomföras innan modellen kan anses fullt validerad.

I diskussionsavsnittet ges ett antal förslag till fortsatt utveckling av modellen som exempelvis att låta ett utökat rörelsemängdsvillkor styra plymens spridningsvinkel genom hela simuleringsområdet. I modellen finns även stöd för simuleringar där indata varierar över tid. Sådana tidsberoende simuleringar samt förbättrad grafisk presentation av simuleringsresultat utgör också intressanta utvecklingsområden för modellen.

Nyckelord: numerisk modell, avloppsvattenplym, utspädning, temperaturvariation, Java, Matlab, validering.

Institutionen för geovetenskaper, Uppsala Universitet, Villavägen 16, SE-752 36 Uppsala, Sverige

Abstract

Numerical model for dilution of wastefields

Jakob Malm

In this thesis work, a numerical model was developed for the analysis of formation and dilution of wastefields resulting from discharge into a steady ambient current. The model is written in Java and is the result of a further development from a Matlab-model, invented by PhD Mikael Malmaeus. In the basic configuration of the model, the wastefield is analyzed using a polar discretization and a spatial mean-value for dilution is computed in each segment in a steady-state solution.

The following additions to the model were completed during this thesis work:

- User friendly interface. Simulation results are presented in Excel-files and also in simple graphics.
- Numerical methods for the analysis of momentum and cross-flow.
- Numerical methods for the analysis of temperature variation in wastefields from thermal discharge.
- Capability to handle spatial limits for wastefield spread.
- Alternative discretization for cases involving channels.

An important goal for the development of the model was to build a tool that could be used in cases where few data exists or to make crude environmental analyzes of relatively simple cases. In order to validate the accuracy of the model comparisons were made between computed results and measured data. Those comparisons indicate high accuracy in model predicted results. Yet, more tests have to be carried out before the model is fully validated.

A few suggestions for further enhancement of the model are presented in the discussion. The main idea is an algorithm for momentum derived spread-angle control. Better graphical presentation of results and enhanced capability for non steady-state simulations are also interesting areas.

Key words: numerical model, wastefield, dilution, temperature variation, Java, Matlab, validation.

Department of Earth Sciences, Uppsala University, Villavägen 16, SE-752 36 Uppsala, Sweden

Förord

Detta examensarbete är utfört som avslutande del av Civilingenjörsprogrammet Miljö- och vattenteknik vid Uppsala Universitet. Examensarbetet har utförts på IVL Svenska Miljöinstitutet med Mikael Malmaeus som handledare. Ämnesgranskare var Christoph Hieronymus och examinator var Allan Rodhe, båda tillhörande Institutionen för geovetenskaper, Uppsala universitet.

Jag vill rikta ett stort tack till min handledare Mikael Malmaeus som varit ett utmärkt stöd under arbetets gång. Jag vill även tacka Christoph Hieronymus och Allan Rodhe för goda råd och konstruktiv kritik av rapporten. Jag tackar också Magnus Karlsson på Avdelningen för Miljöteknik, IVL, som bidragit med simuleringsprojekt och goda idéer under arbetets gång.

Jakob Malm
Uppsala, mars 2010

Populärvetenskaplig sammanfattning

I ett globalt perspektiv är förorening av vatten ett av de allvarligaste miljöproblemen. Det finns många orsaker till detta; i stort sett alla former av utsläpp och föroreningar tenderar att med tiden hamna i grundvatten, sjöar, vattendrag eller hav. Därför är det angeläget att få en så tydlig bild som möjligt av vilken miljöpåverkan varje enskilt utsläpp har. För att göra denna bedömning behöver man bl.a. veta i vilka koncentrationer föroreningarna förekommer i utsläppsområdet. Traditionellt har man tagit reda på detta genom olika mätmetoder. Dessa metoder ger ofta noggranna resultaten men medför också relativt höga kostnader och hög tidsåtgång. Dessutom är mätning inget alternativ i de fall där man vill få en prognos av framtida miljöpåverkan från en planerad anläggning.

Som ett kraftfullt alternativ finns idag ett antal simuleringsmodeller som ger en bild av utsläppens miljöpåverkan givet kunskap om flöden, strömförhållanden och övrig vattendynamik i området. Tredimensionella modeller som exempelvis CORMIX kan ge en mycket detaljerad prognos av miljöpåverkan på utsläppsområdet. Dessa avancerade modeller blir dock opraktiska att använda i många fall, bland annat därför att de förutsätter tillgång till en stor mängd noggranna indata. Därmed blir det intressant att fråga sig om man kan åstadkomma relevanta simuleringsresultat med relativt enkla medel. Detta examensarbete utgår från en enkel och samtidigt flexibel tvådimensionell modell för transport och utspädning av avloppsvatten. Modellen är skriven i beräkningsprogrammet Matlab och utgår från ett kontinuerligt utsläppsflöde där utspädningen beräknas med avståndet från utsläppspunkten under det att utsläppsvattnet transporteras bort och späds ut av omgivande havsströmmar. Grundidén vid utformningen av modell var framförallt att åstadkomma ett verktyg som skulle gå att använda i situationer där relativt få indata existerar eller för att göra grova miljöbedömningar vid relativt enkla frågeställningar. Modellen kan även användas i förstudier för att bedöma behovet av mer avancerade modeller. Den teoretiska grunden för modellen och dess utveckling, bygger på publicerade studier av hur avloppsvattenfält bildas och hur koncentrationen i dessa fält påverkas av en rad faktorer såsom utsläppssystemets utformning, utsläppsflödets stolek, strömhastighet, densitetsskillnader med mera.

Beräkningarna i modellen utförs med så kallade numeriska metoder. Dessa metoder används ofta för att lösa matematiska problem som inte kan lösas analytiskt (exakt). I en numerisk metod används systematiska procedurer, så kallade algoritmer, som garanterar att ett begränsat antal beräkningssteg ger en lösning som är tillräckligt nära den exakta lösningen. När det som i detta fall handlar om simulering av processer i naturen så är naturligtvis varje tänkbar matematisk modell en mer eller mindre grov förenkling av verkligheten. Numeriska metoder som är bra utformade garanterar lösningar av det matematiska problemet men de garanterar naturligtvis inte att modellen i sig är en bra beskrivning av verkligheten.

Följande frågeställningar utgör kärnan i detta examensarbete. Är modellen en för ändamålet tillräckligt bra beskrivning av verkligheten och hur kan modellen förbättras? Hur ser algoritmerna ut som på bästa sätt beräknar det modellen är tänkt att beräkna? Vad behövs för att modellen skall bli ett lättarbetat verktyg och hur implementeras det hela i

programkod? Examensarbetet inleddes därför med en förutsättningslös granskning av modellen som koncept, dess teoretiska grund, algoritmer och vilka antaganden som görs för olika beräkningar. De huvudsakliga förändringar av modellen som examensarbetet ledde fram till sammanfattas i följande punkter:

- En ny version av modellen skapades i programspråket Java.
- Metoder infördes för att möjliggöra simuleringar i vattendrag eller i andra sammanhang där avloppsvattenplymens transversella utbredningsområde är begränsat.
- Metoder infördes för att möjliggöra beräkning av temperaturvariationer i kylvattenplymer.
- Metoder infördes för att hantera rörelsemängdsberäkningar vilket möjliggör simuleringar i sammanhang där avloppsvattenplymens initiala transportriktning skiljer sig från strömriktningen i det omgivande vattnet.
- Ett användargränssnitt skapades för att möjliggöra enkel inläsning av startvärden (indata) för modellen. Användargränssnittet försågs också med funktioner för grafisk presentation av simuleringsresultat och för att kunna spara simuleringsresultaten i Excel. Dessutom tillkom funktioner för att beräkna startvärden på avloppsvattenplymens spridningsvinkel och tjocklek i enlighet med empiriskt härledda uttryck.

Som ett första steg i valideringen av modellen jämfördes modellens beräkning av temperaturvariationen i ett vattendrag, nedströms om ett varmvattenutsläpp, med en förenklad analytisk beräkning av samma förlopp. Syftet var att undersöka om de numeriska metoderna fungerar som tänkt. Resultatet av jämförelsen bekräftade att modellen på ett korrekt sätt löste det uppställda problemet.

Under examensarbetets gång användes modellen i två beräkningsuppdrag. Det första var beräkning av utspädning av ett industriutsläpp i Umeälvens mynningsområde och det andra var beräkning av ytvattentemperaturer i recipienten för ett kylvattenutsläpp från ett kraftverk. I det senare fallet kunde simuleringsresultaten jämföras med mätningar av ytvattentemperaturen, utförda av SMHI. Detta blev ytterligare ett steg i valideringen av modellen. Simuleringsresultaten visade god överensstämmelse med de uppmätta värdena. Fler tester måste dock genomföras innan modellen kan anses fullt validerad.

Innehåll

1. INLEDNING	3
1.1 BAKGRUND	3
1.2 SYFTE	3
1.3 MÅLSÄTTNINGAR	4
2. TEORI	4
2.1 ALLMÄNT	4
2.2 ROBERTS EXPERIMENT	6
2.3 BERÄKNING AV TEMPERATURVARIATIONER	10
3. NUMERISK MODELL	12
3.1 DISKRETISERING AV SIMULERINGSOMRÅDET	12
3.2 FLÖDESBERÄKNINGAR	13
3.2.1 Kanalflöde	15
3.3 BERÄKNING AV KONCENTRATION	16
3.3.1 Jämviktskoncentration	17
3.4 TEMPERATURBERÄKNINGAR	18
3.4.1 Utspädningens inverkan på temperaturen	20
3.5 RÖRELSEMÄNGDSBERÄKNINGAR	20
4. JAVAMODELLENS ANVÄNDARGRÄNSSNITT	24
4.1 MODELLINSTÄLLNINGAR OCH INDATA	24
4.2 BESKRIVNING	25
5. SIMULERING OCH VALIDERING AV RESULTAT	27
5.1 UTSLÄPP I UMEÄLVEN	27
5.2 KYLVATTENUTSLÄPP	28
5.3 VALIDERING AV SIMULERINGSRESULTAT	30
5.3.1 Jämförelse med analytisk beräkning	30
5.3.2 Jämförelser med mätvärden	32
6. DISKUSSION	34
6.1 RUMSMEDELVÄRDEN	34
6.2 NÅGOT OM OSÄKERHETER VID SIMULERING AV UTSLÄPP	35
6.2.1 Dispersiva spridningsmekanismer	35
6.3 FÖRSLAG TILL VIDAREUTVECKLING	37
6.3.1 Utökad rörelsemängdsvillkor	37

6.3.2 Förbättrad grafisk presentation av resultat	39
6.3.3 Tidsberoende simuleringar	39
6.3.4 Vertikal utspädning	40
6. 4 SLUTSATSER	40
7. REFERENSER.....	41

1. INLEDNING

1.1 BAKGRUND

Det är vanligt att restprodukter från olika industriella processer släpps ut i hav, sjöar och vattendrag. Inom ramen för miljökonsekvensbeskrivningar är det viktigt att få en så tydlig bild som möjligt av hur dessa utsläpp påverkar den akvatiska miljön. För att göra denna bedömning behöver man bl.a. veta i vilka koncentrationer föroreningarna förekommer i utsläppsområdet. Traditionellt har man tagit reda på detta genom olika mätmetoder som t.ex. spårämnesförsök. Nackdelen är att både kostnaden och tidsåtgången ofta blir orimligt stor. En begränsning med dessa metoder är också att de inte kan förutsäga konsekvenser av nya utsläpp där man inte direkt kan testa utspädningen i förväg.

Som ett kraftfullt alternativ har ett antal simuleringsmodeller utvecklats som gör det möjligt att få en bild av föroreningarnas miljöpåverkan givet kunskap om utsläppsflöden, strömförhållanden och övrig vattendynamik i utsläppsområdet. CORMIX är ett exempel på en avancerad tredimensionell integralmodell som bland andra används av SMHI. Ett annat exempel är Visual Plumes som är ett paket med flera olika utspädningsmodeller. Gemensamt för många modeller är att de använder Lagrange eller Eulers integralmetoder i kombination med ekvationer som styr konserverandet av storheter som massa, energi, och rörelsemängd. Det finns även hybridvarianter där man t.ex. kopplat en Lagrange-modell med en tredimensionell cirkulationsmodell för att åstadkomma en större precision i simuleringen. Val av metod och angreppssätt beror alltså inte bara på typen av utsläpp och utsläppssystem utan även på faktorer såsom exempelvis krav på noggrannhet och tillgång på indata. Det krävs exempelvis en mycket komplex simuleringsmodell för att dynamiskt beräkna hur fluktuationer i naturen inverkan på spridningen och utspädningen av en avloppsvattenplym. En sådan modell blir också snabbt kostsam och i många fall opraktisk att använda eftersom den ofta förutsätter att man har tillgång till stora mängder noggranna mätdata.

Det blir därmed intressant att fråga sig om man kan åstadkomma relevanta simuleringsresultat med relativt enkla medel. Mikael Malmaeus (pers. medd. 2008) har utvecklat en enkel och samtidigt flexibel modell för transport och utspädning av avloppsvatten, som vid ett antal tillämpningar visat sig ha god prognostiseringsförmåga. Modellen är skriven i Matlab och utgår från ett kontinuerligt utsläppsflöde där utspädningen beräknas med avståndet från utsläppspunkten under det att utsläppsvattnet transporteras bort och späds ut av omgivande havsströmmar. Avloppsvattenplymen delas in i cirkelsegment och modellen bygger på massbalans där ett rumsmedelvärde beräknas för varje segment under antagandet att avloppsvattnet håller sig inom simuleringsområdets ramar. Grundidén vid utformningen av modellen var framförallt att åstadkomma ett verktyg som skulle gå att använda i situationer där relativt få indata existerar eller för att göra grova miljöbedömningar vid relativt enkla frågeställningar. Modellen kan även användas i förstudier för att bedöma behovet av mer avancerade modeller.

1.2 SYFTE

Malmaeus modell utgör utgångspunkten för detta examensarbete där syftet har varit att vidare undersöka möjligheterna, dels att utveckla befintliga beräkningsmetoder och dels att

vidareutveckla modellen för att om möjligt utvidga dess tillämpningsområde. I syftet ingick även att grundligt dokumentera modellen.

1.3 MÅLSÄTTNINGAR

Det inledande arbetet präglades av en förutsättningslös granskning av modellen som koncept, dess teoretiska grund, algoritmer och vilka antaganden som görs för olika beräkningar. Det innebar även litteraturstudier och ett visst mått av brainstorming för att finna nya infallsvinklar. Som ett resultat av den inledande undersökningen utformades följande konkreta målsättningar för examensarbetet:

- Skapa en Javaversion av modellen
- Implementera beräkningsmetoder i modellen för spridningsvinkel, stighöjd och plymtjocklek med hjälp av resultat från experiment (Roberts et al. 1989).
- Möjliggöra användandet av gränsvärden för plymens spridning i transversell led samt att möjliggöra simulering i vattendrag med införandet av s.k. kanalflöde i modellen.
- Möjliggöra användning av modellen för beräkning av temperaturvariationen i kylvattenplymer.
- Möjliggöra användning av modellen i situationer där den omgivande strömmen inte är parallell med avloppsvattenplymens rörelseriktning (införandet av en rörelsemängdsmodell).
- Utveckla ett användargränssnitt som
 - möjliggör enkel och överskådlig inmatning av indata.
 - ger möjligheten att få simuleringsresultat, datum och indata i en Excel-fil.
 - ger möjligheten att få en enkel grafisk presentation av simuleringsresultat.
- Testa modellen och validera resultaten
- Dokumentera modellen

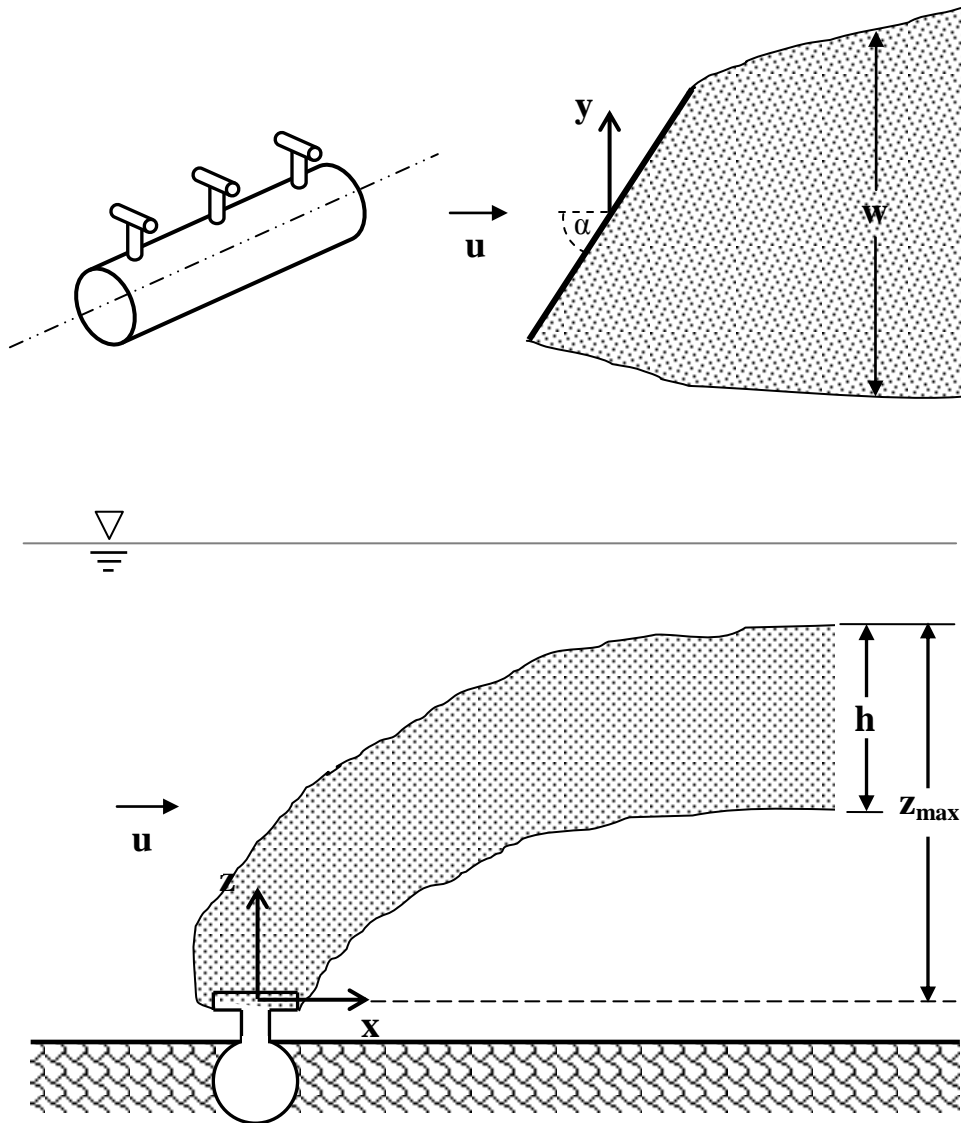
2. TEORI

2.1 ALLMÄNT

Den teoretiska grunden för modellen bygger på publicerade studier (Roberts et al., 1989 a, b, c) av hur avloppsvattenfält bildas och hur koncentrationen i dessa fält påverkas av utsläppssystemets utformning, stratifiering och strömhastighet.

I den vanligaste typen av utsläppssystem används en så kallad diffusor för att fördela utsläppet över en större yta och därmed få en högre initial utspädning i recipienten. En diffusor kan utformas på många olika sätt men den enklaste varianten består av ett avloppsrör med ett antal hål fördelade med jämna avstånd. Storleken på hålen är utformade så att ett lika stort flöde passerar ut genom vart och ett av dem. Längden på en diffusor kan variera från några tiotal meter till flera kilometer beroende på hur stor initial utspädning man vill åstadkomma.

En avloppsvattenplym kan beskrivas med hjälp av följande parametrar: h tjocklek, w bredd (normal till strömhastigheten u), z_{max} avståndet från utsläppspunkten till toppen av avloppsvattenplymen, S initial utspädning vid stillastående förhållanden ($u = 0$).



Figur 1. Avloppsvattenfält från T-formad diffusor. Perspektiv- och plan-vy.

En mängd författare har genom åren bidragit med empiriska samband och teori kring bildandet av avloppsvattenfält. Uttrycken nedan är från Fisher et al (1979).

$$S = \frac{0,31 \left(\frac{g \Delta \rho}{\rho} \right)^{1/3} z_{max}}{q^{2/3}} \quad (1)$$

$$h = z_{max} \left(\frac{\sqrt{2Q_0S}}{uwz_{max} + \sqrt{2Q_0S}} \right) \quad (2)$$

$$z_{max} = 2,84 \frac{b^{1/3}}{\left(\frac{-g \partial \rho}{\rho_a \partial z} \right)^{1/2}} \quad (3)$$

där:

u = strömhastighet [m/s]

Q_0 = utsläppsflöde [m^3/s]

L = diffusorlängd [m]

$b = g'q$ Specifik flytkrafts flux per längdenhet av diffusorn [m^3/s^3] (specific buoyancy flux per unit length of diffuser)

$q = Q_0/L$ utsläppsflöde per längdenhet av diffusorn [m^2/s]

$g' = g(\rho_o - \rho_a)/\rho_o$ modifierad jordacceleration [m/s^2]

g = jordaccelerationen [m/s^2]

ρ_a = omgivande vattens densitet vid diffusorn [kg/m^3]

ρ_o = avloppsvattnets densitet [kg/m^3]

Faktorn $\left(\frac{-g \partial \rho}{\rho_a \partial z} \right)^{1/2}$ är Brunt-Väisälä frekvensen av omgivande vatten. (buoyancy frequency of ambient fluid)

För en strömriktning vinkelrät mot diffusorn så kan den initiala bredden w_0 approximeras med diffusorns längd L . För en parallell strömriktning gäller vid slutet av diffusorn (Fischer et al., 1979):

$$w_0 = 1,2 \frac{L}{u} b^{1/3} [m] \quad (4)$$

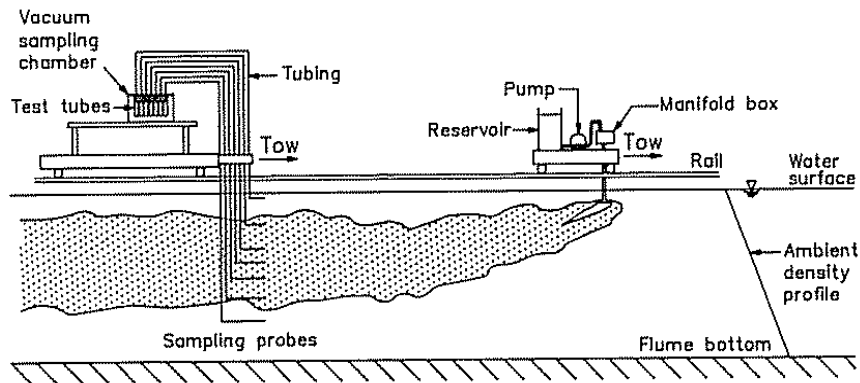
Det bör påpekas att uttrycket för S är oberoende av strömhastigheten u . Detta beror på att uttrycket gäller rakt ovanför utsläppspunkten i en stillastående omgivning.

2.2 ROBERTS EXPERIMENT

De uttryck som används vid modellens beräkning av spridningsvinkel, stighöjd och plymtjocklek är härledda från resultat av experiment publicerade i tre delar i *Journal of Hydraulic Engineering* av (Roberts et al., 1989 a, b, c).

Roberts experiment utfördes i en 25 meter lång, 240 cm bred och 120 cm djup bassäng fylld med saltvatten. Salthalten i bassängen kunde manipuleras så att man åstadkom en linjär skiktning från ytan till botten av bassängen. I experimenten användes en 120 cm lång modelldiffusor. För att simulera utsläpp i strömmande vatten pumpades en blåfärgad vätska med negativ flytkraft ut via diffusorn samtidigt som diffusorn bogserades längs med

vattenytan. På varierande avstånd bakom diffusorn bogserades ett nätverk av totalt 100 mätprober. Färgämneskoncentrationen uppmättes med Kolorimeter vilket gjorde att man kunde beräkna hur koncentrationen varierade med avståndet från diffusorn. Sidorna av bassängen var av akrylplast vilket också möjliggjorde fotografering av experimenten. Sammanlagt utfördes 100 experiment med 50 olika variationer av utsläppsflöde, densitet och strömhastighet. Även avstånden mellan utsläppshålen på diffusorn varierades samt diffusorns vinkel mot strömmen.



Figur 2. Roberts (1989a) försöksuppställning.

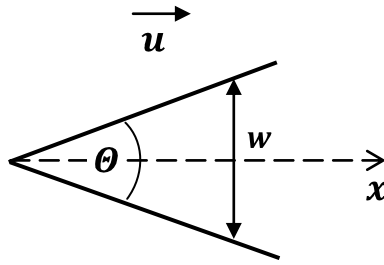
Roberts delar in bildandet av en avloppsvattenplym i två områden där olika omblandningsprocesser dominerar. Nära diffusorn påverkas omblandningen främst av turbulens genererat av rörelsemängden i utsläppsflödet och dess interaktion med den omgivande strömmen. Detta område kännetecknas av en relativt snabb utspädning och benämns det initiala omblandningsområdet ("the initial mixing region"). I detta område ökar också plymens tjocklek med avståndet till den punkt där turbulensen kollapsar varefter plymtjockleken förblir konstant eller minskar något. Att turbulensen kollapsar betecknar också slutet på det initiala omblandningsområdet och den utspädning som uppnåts där kallas för den initiala utspädningen. Roberts experiment och slutsatser berörde framförallt detta område.

Längre bort från diffusorn styrs omblandningen främst av att vatten tränger in i plymen på grund av omgivande strömmar och utspädningen sker här betydligt långsammare.

Resultaten av experimenten visar bl. a. att den initiala utspädningen inte påverkas av rörelsemängden i utsläppsflödet eller själva diffusorn utformning (avstånd mellan hålen etc.). Roberts presenterar följande uttryck för plymens bredd i de fall där strömriktningen är parallell med diffusorn:

$$w = 0,70xF^{-1/3} \quad (5)$$

x = avstånd nedströms från diffusorn
 $F = u^3/b$ En variant av Froudes tal



Figur 3. Uttrycket för spridningsvinkeln θ härleds från Roberts ekvation (5)

Uttrycket kan skrivas:

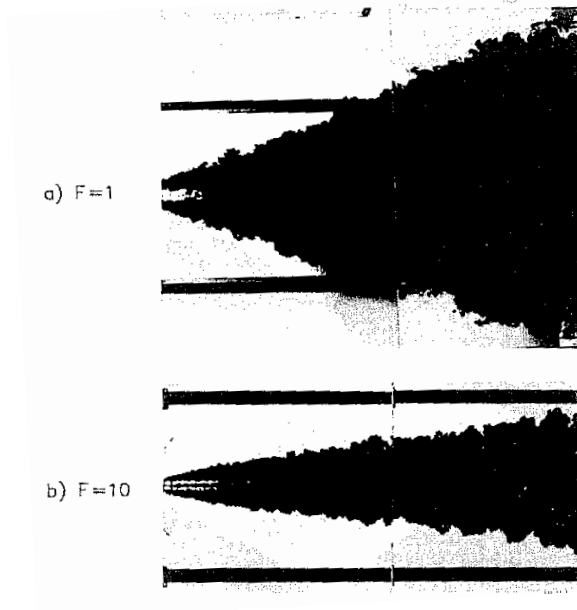
$$w = 0,70 \frac{x}{u} b^{1/3} = 0,70 \frac{x}{u} \left(\frac{Q_0 g (\rho_a - \rho_0)}{L \rho_a} \right)^{1/3}$$

vilket ger att:

$$\tan(\theta/2) = \frac{w}{2x} = \frac{0,35}{u} \left(\frac{Q_0 g (\rho_a - \rho_0)}{L \rho_a} \right)^{1/3}$$

Alltså gäller att:

$$\theta = 2 \operatorname{atan} \left(\frac{0,35}{u} \left(\frac{Q_0 g (\rho_a - \rho_0)}{L \rho_a} \right)^{1/3} \right) \quad (6)$$



Figur 4. Från Roberts (1989b) experiment. Spridningsvinkelns beroende av strömhastigheten.

Om strömriktningen är vinkelrät mot diffusorn så gäller följande uttryck för plymbredden:

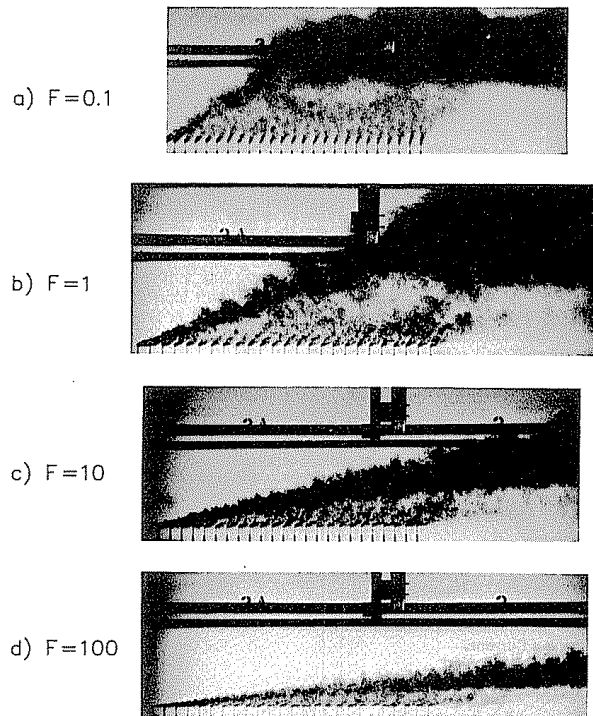
$$w = L + 0,17L \left(\frac{x}{u} \left(\frac{-g \partial \rho}{\rho_a \partial z} \right)^{1/2} \right)^{1/2} \quad (7)$$

I detta fall är alltså plymens bredd vid utsläppspunkten densamma som diffusorns längd och därefter är ökningen av bredden proportionell mot \sqrt{x} .

Roberts et al. experiment ledde också till uttryck för stighöjd och plymtjocklek. För parallell strömriktning kan z_{max} och h approximeras med ekvation (8) resp. (9) Uttrycken gäller framförallt vid svaga strömmar då stighöjden och plymtjocklek minskar något med strömhastigheten. Ju högre strömshastighet desto längre bort från utsläppspunkten uppnår plymen sin maximala stighöjd.

$$z_{max} = 2,6 \frac{b^{1/3}}{\left(\frac{-g \partial \rho}{\rho_a \partial z} \right)^{1/2}} \quad (8)$$

$$h = 1,8 \frac{b^{1/3}}{\left(\frac{-g \partial \rho}{\rho_a \partial z} \right)^{1/2}} \quad (9)$$



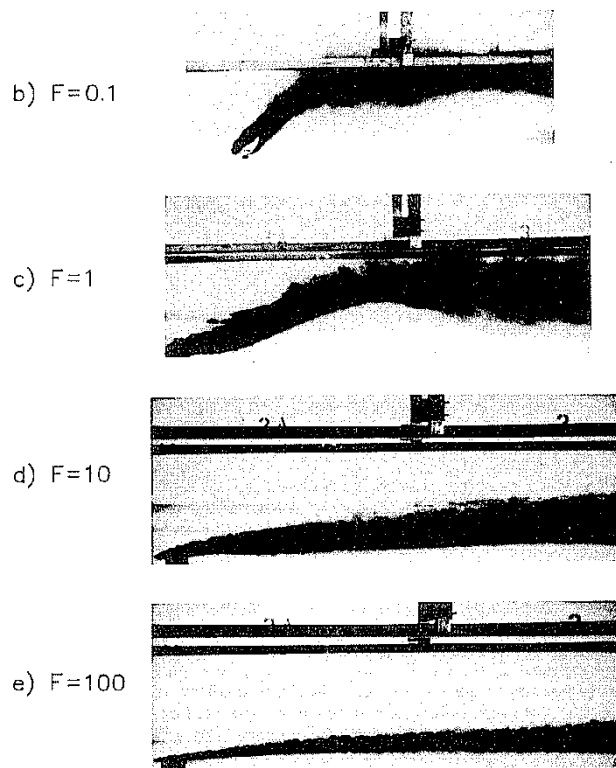
Figur 5. Från Roberts (1989a) experiment. Plymen uppnår i stort sett samma stighöjd oavsett strömshastighet vid parallell strömriktning men avståndet till punkten där maximal stighöjd uppnås är direkt beroende av strömshastigheten.

När strömriktningen är vinkelrät mot diffusorn gäller följande uttryck:

$$z_{max} = 2,5 \left(\frac{b}{u \left(\frac{-g \partial \rho_a}{\rho \partial z} \right)} \right)^{1/2} \quad (10)$$

Samma förhållande gäller här mellan h och z_{max} det vill säga:

$$h = 0,69 z_{max} \quad (11)$$



Figur 6. Roberts (1989a) experiment. Avloppsvattenplymen med strömriktningen vinkelrät mot diffusorn.

2.3 BERÄKNING AV TEMPERATURVARIATIONER

Javamodellen kan även beräkna temperaturvariationer i en avloppsvattenplym. Teorin är hämtad från en analytisk beräkning av temperaturförändringen i vattendrag nedströms om ett varmvattenutsläpp (Wörman, 1998). Här följer ett kort sammandrag av denna beräkning:

Wörman utgår ifrån ett uttryck för endimensionell värmetransport i ett vattendrag

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{1}{A} \frac{\partial Q T}{\partial x} \right) - \left(\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) (T_g - T) - K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) = \frac{c_a}{h} (T_a - T) \quad (12)$$

Där:

ρ = vattnets densitet [kg/m³]

c_p = specifik värmekapacitet [J/kg°C]

T = temperatur [°C]

T_a = lufttemperatur [°C]

T_g = temperatur av grundvattnet [°C]

c_a = värmeöverföringskoefficient mot luft [W/m²°C]

Q = vattenföring [m³/s]

A = tvärsnittsarea för vattendraget [m²]

h = A/b = hydrauliskt medeldjup [m]

b = bredd vid ytan [m]

K = longitudinell dispersionskoefficient [m²/s]

t = tid [s]

x = avstånd [m].

I beräkningen antas att varmvatten med temperatur T_{in} och flödet Q_{in} tillförs vattendraget vid en viss sektion och att det sker en hastig omblandning så att det uppstår en konstant temperatur i tvärsnittet. Därmed kan en endimensionell betraktelse (längs vattendraget) av temperaturspridningen tillämpas. Dispersionen (sista termen i VL (12)) försummas samt även värmeöverföring mot marken och den del av värmeöverföringen mot atmosfären som består av strålning då detta inte bedöms ha någon större inverkan på temperaturspridningen.

Beräkningen gäller för jämvikt vid konstant varmvattentillförsel vilket gör att tidsderivatan kan strykas och man får följande uttryck:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{c_a b}{\rho c_p Q} (T_a - T) + \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx} (T_g - T) \quad (13)$$

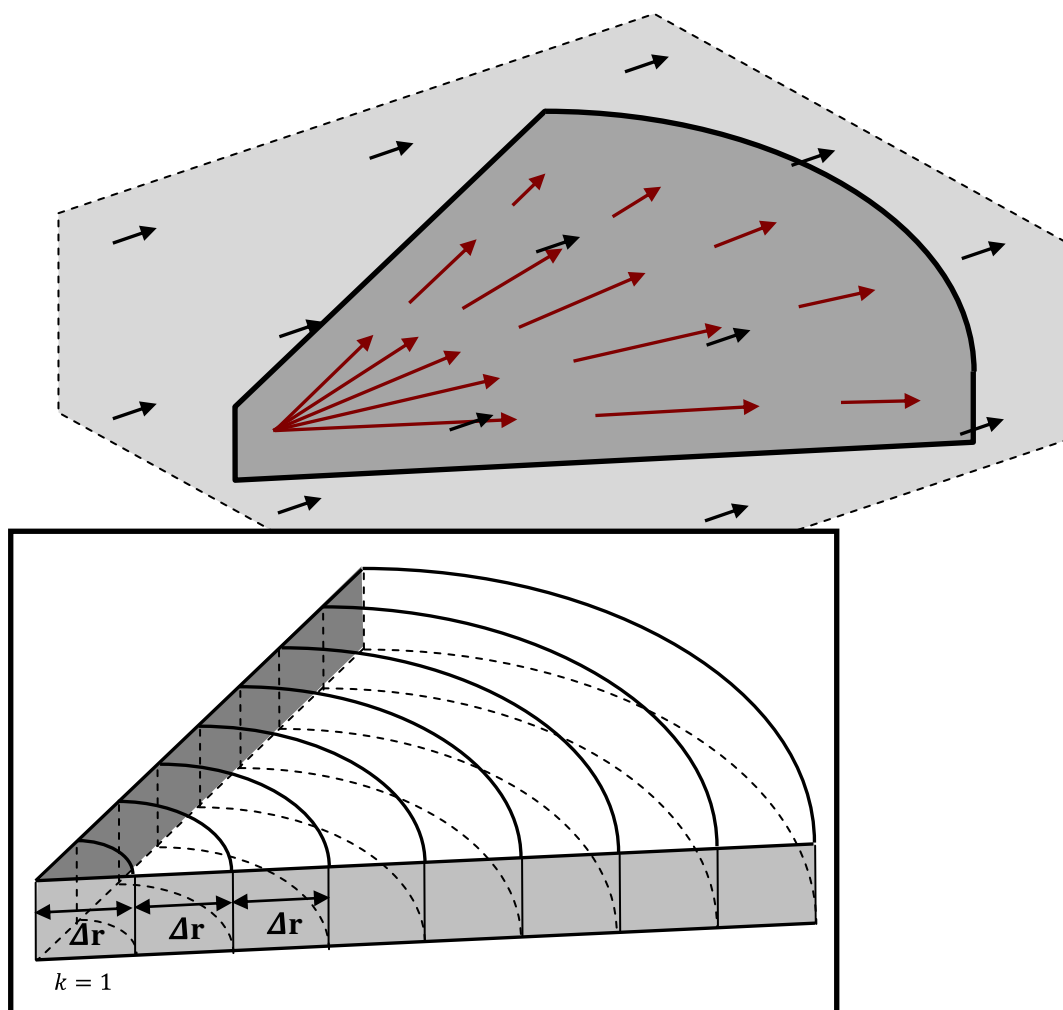
Den första termen $\frac{c_a b}{\rho c_p Q}$ beskriver energiutbytet med atmosfären medan $\frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx}$ är utspädningen inverkan på temperaturförändringen. Ekvation (13) kan även skrivas på formen

$$\frac{dT}{dx} = \frac{c_a b}{\rho c_p Q} T_a + \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx} T_g - \left(\frac{c_a b}{\rho c_p Q} + \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx} \right) T \quad (14)$$

vilket är den första ordningens linjär ordinär differentialekvation som i Wörman (1998) löses analytiskt. För att även kunna utföra simuleringar av vattendrag har den numeriska modellen anpassats till att kunna användas med ett endimensionellt s.k. kanalflöde (se kap 3).

3. NUMERISK MODELL

Modellen beräknar utspädningen alternativt temperaturvariationen i en avloppsvattenplym som transporteras bort från utsläppspunkten med hjälp av havsströmmar.



Figur 7. Modellrepresentation av en utbredande avloppsvattenplym i en omgivande havsström.

3.1 DISKRETISERING AV SIMULERINGSSOMRÅDET

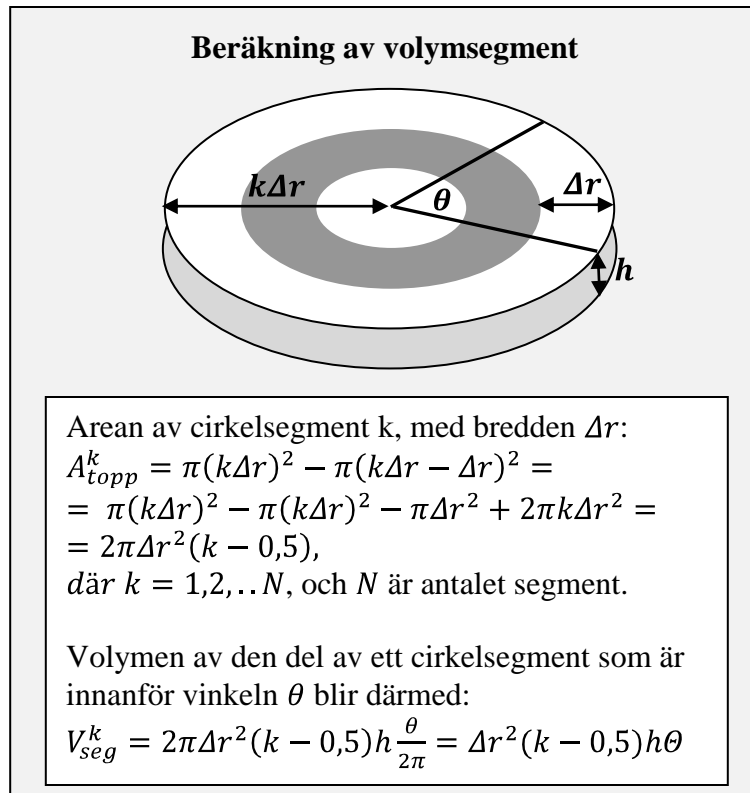
Simuleringsområdet utgörs av avloppsvattenplymens utbredningsområde som är indelat i cirkelsegment med bredden Δr (så kallad diskretisering, se figur 7). I denna text används k som index över segmenten med början vid utsläppspunkten, $k = 1, 2, \dots, N$, där N är

antalet segment. (Vissa värden förekommer även i texten med index $k = 0$. Det rör sig då om indata till det första segmentet eller ett randvillkor i en beräkning.)

Volymen V_{seg}^k av ett godtyckligt segment ges av:

$$V_{seg}^k = \Delta r^2(k - 0,5)h\theta, \quad (15)$$

där θ är spridningsvinkeln i radianer och h är tjockleken av segmentet (se figur 8).



Figur 8. Beräkning av volymsegment

3.2 FLÖDESBERÄKNINGAR

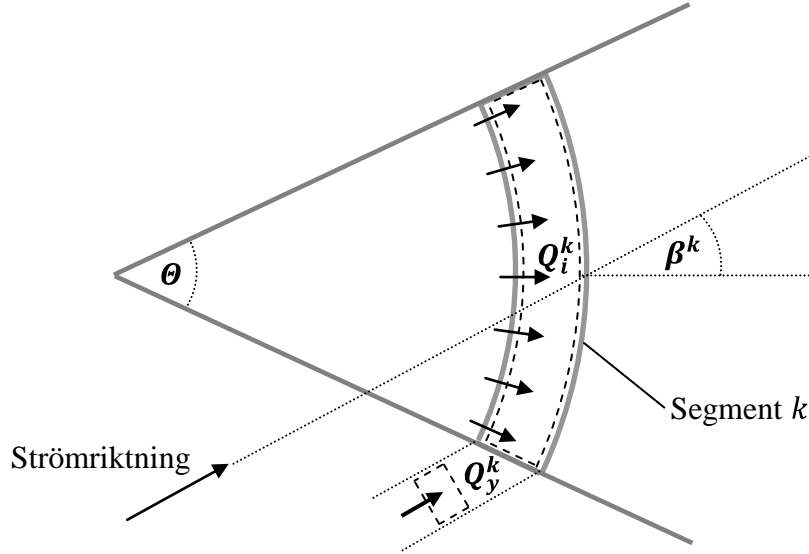
Beräkningarna i modellen bygger på massbalans dvs. inflödet av vatten till varje segment är alltid lika stort som utflödet. Utflödet ur ett segment är en del av inflödet i nästkommande segment. Betraktas ett godtyckligt segment i ett polärt koordinatsystem (θ, r) så antas det att flödet genom segmentet är konstant i θ -led.

Det totala flödet Q^k genom ett segment utgörs av ett inre flöde Q_i^k , och ett yttre flöde Q_y^k det vill säga:

$$Q^k = Q_i^k + Q_y^k, \quad (16)$$

där $Q_i^k = Q^{k-1}$

Det yttre flödet Q_y^k är alltså inflödet till simuleringsområdet i segment k .



Figur 9. Det inre flödet Q_i^k och det yttre flödet Q_y^k i segment k

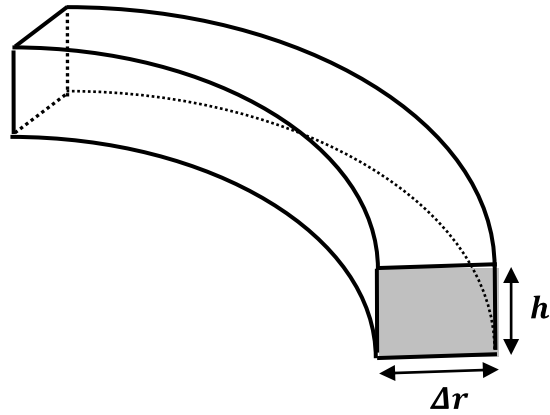
Flödet Q_i^k är alltså lika stort som det totala utflödet ur det föregående segmentet. I första segmentet gäller att $Q_i^1 = Q_0$, där Q_0 är avloppsvattenflödet (indata till modellen).

Den omgivande strömmen gör att varje segment infiltreras av ett flöde Q_y^k , vars storlek bestäms av strömhastigheten och segmentets projekterade area mot strömriktningen. Arealen av sidan av ett segment är Δrh och segmentets projekterade area s^k ges av:

$$s^k = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\theta}{2} + |\beta^k|\right)\right) \Delta rh \quad (17)$$

där β^k är vinkeln mellan avloppsvattenplymens centrumlinje och strömmens rörelseriktning (se figur 10) och h är plymtjockleken. När $|\beta^k| < \frac{\theta}{2}$ så infiltreras plymen på båda sidor och då gäller följande uttryck för s^k :

$$s^k = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\theta}{2} + |\beta^k|\right)\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2} - |\beta^k|\right) \right) \Delta rh \quad (18)$$



Figur 10. Det yttre flödet Q_y infiltrerar simuleringsområdet genom sidan av segmenten.

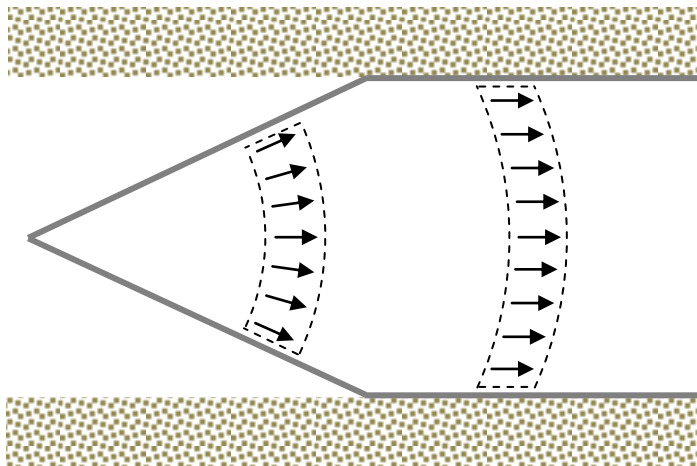
Det infiltrerande flödet Q_y^k vid strömhastigheten u , blir därmed:

$$Q_y^k = s^k u \quad (19)$$

Den största möjliga spridningsvinkeln θ , som modellen kan hantera, är π radianer och vinkeln mot strömmen β måste hållas inom intervallet: $-\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) < \beta < \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right)$. Vinkel β^1 för det första segmentet är indata till modellen.

3.2.1 Kanalflöde

I modellen finns möjligheten att välja s.k. kanalflöde vilket gör det möjligt att göra simuleringar av utsläpp i ett vattendrag. Det innebär att ett gränsvärde sätts för plymens transversella utbredning och när avloppsvattenplymen når detta värde övergår det tvådimensionella flödet i plymen till ett endimensionellt flöde. Det innebär en annorlunda diskretisering med konstant storlek på segmenten. Det innebär också att det inte sker något inflöde till avloppsvattenplymen av omgivande vatten. Detta flöde kan istället ersättas med en konstant grundvatteninfiltration per längdenhet av vattendraget.



Figur 11. Övergång till kanalflöde.

3.3 BERÄKNING AV KONCENTRATION

Modellen kan antingen beräkna tidsberoende förlopp, där koncentrationen i plymen varierar med tiden, eller direkt beräkna jämviktskoncentrationen med hjälp av Eulers metod. I det senare fallet antas det att jämvikt uppstått i plymen mellan tillfört och borttransporterat avloppsvatten och att koncentrationen i varje segment därför inte längre varierar över tid. Detta förutsätter en längre tids kontinuerligt utsläppsflöde och konstant strömhastighet. I det följande beskrivs hur modellen beräknar koncentrationen vid tidsberoende simuleringar.

I beräkningarna antas det att det sker en omedelbar omblandning i varje segment vilket innebär att en och samma koncentration gäller över hela segmentet. Modellen håller i varje tidsteg och segment reda på den volym V^k , som avloppsvattnet skulle uppta i segmentet, om det vore av ursprunglig koncentration.

Koncentrationen C^k beräknas i varje segment genom att dela volymen avloppsvatten V^k med segmentets volym V_{seg}^k , dvs.

$$C^k(t) = \frac{V^k(t)}{V_{seg}^k} \quad (20)$$

Observera att C^k är en dimensionslös faktor som talar om hur koncentrationen i segmentet förhåller sig till avloppsvattnets ursprungliga koncentration. $C^k = 0,5$ betyder t.ex. att koncentration i segmentet är hälften av den koncentration avloppsvattnet har när det lämnar diffusorn.

Volymen V^k uppdateras vid varje tidsteg enligt följande:

$$V^k(t+1) = V^k(t) + V_{in}^k(t) - V_{ut}^k(t) \quad (21)$$

Där V_{in}^k och V_{ut}^k är volymen avloppsvatten som tillförs respektive bortförs från segmentet vid det aktuella tidsteget.

Om dt är tidsteget så är

$$V_{ut}^k(t) = Q^k C^k(t) dt \quad (22)$$

V_{in}^k är alltid lika stor som den uttransporterade volymen i segmentet framför vid ett och samma tidsteg dvs.

$$V_{in}^k(t) = V_{ut}^{k-1}(t) \quad (23)$$

I det första segmentet gäller $V_{in}^1 = Q_a(t) dt$, där Q_a är avloppsvattenflödet (indata). Vid det första tidsteget och det första segmentet gäller också att $V^1(1) = 0$ och $C^1(1) = 0$.

Vid varje tidsteg uppdateras segmenten i nummerordning och nedan följer ett sammandrag av beräkningsföljden för varje segment och tidsteg:

1. $Q_i^k(t) = Q^{k-1}(t)$, $Q_0(t)$ i det första segmentet.
2. $s^k(t)$ enligt ekvation 17 eller 18.
3. $Q_y^k(t) = s^k u(t)$
4. $\beta^{k+1}(t) = \beta^k(t) - \Delta\beta^k(t)$ (se avsnitt 3.4, ekvation 39.)
5. $Q^k(t) = Q_i^k(t) + Q_y^k(t)$
6. $V_{in}^k(t) = V_{ut}^{k-1}(t)$, $Q_a(t)dt$ i det första segmentet.
7. $V_{ut}^k(t) = Q^k C^k(t)dt$
8. $V^k(t+1) = V^k(t) + V_{in}^k(t) - V_{ut}^k(t)$
9. $C^k(t+1) = \frac{V^k(t+1)}{V_{seg}^k}$

$Q_0(t)$ och $u(t)$ utgör indata till modellen och är alltså funktioner som definierar hur avloppsvattenflödet och/eller strömhastigheten varierar över tid.

3.3.1 Jämviktsskoncentration

Vid konstanta värden för avloppsvattenflöde och strömhastighet som indata till modellen beräknas jämviktsskoncentrationen med hjälp av en hybrid av Euler's metod. Att jämvikt uppstått i plymen innebär alltså att koncentrationen i segmenten inte varierar över tid dvs.

$$C^k(t) = C^k(t+1), \text{ vilket insatt i (20) ger att: } V^k(t) = V^k(t+1).$$

Eftersom (21): $V^k(t+1) = V^k(t) + V_{in}^k(t) - V_{ut}^k(t)$ så gäller också att:

$$V_{in}^k(t) = V_{ut}^k(t) \tag{24}$$

I det följande slopas tidsvektorn då den inte längre behövs.

Ur (23) och (24) fås att $V_{ut}^{k-1} = V_{ut}^k$, vilket i (22) ger att:

$$Q^{k-1} C^{k-1} = Q^k C^k$$

Har flödet i segmenten väl beräknats så kan jämviktsskoncentrationerna alltså beräknas med

$$C^k = C^{k-1} \frac{Q^{k-1}}{Q^k}, \quad (C^0 = 1 \text{ och } Q^0 = Q_0) \tag{25}$$

Detta är Eulers metod applicerad på differentialekvationen:

$$\frac{dC}{dx} = \frac{-dQ}{dx} \frac{C}{Q} \tag{26}$$

Vid konstanta indata utförs följande beräkningar per segment med början i det första segmentet:

1. $Q_i^k = Q^{k-1}$
2. s^k enligt ekvation 17 eller 18.
3. $Q_y^k = s^k u$
4. $\beta^{k+1} = \beta^k - \Delta\beta^k$ (se avsnitt 3.4, ekvation 39.)
5. $Q^k = Q_i^k + Q_y^k$
6. $C^k = C^{k-1} \frac{Q^{k-1}}{Q^k}$, ($C^0 = 1$ och $Q^0 = Q_0$)

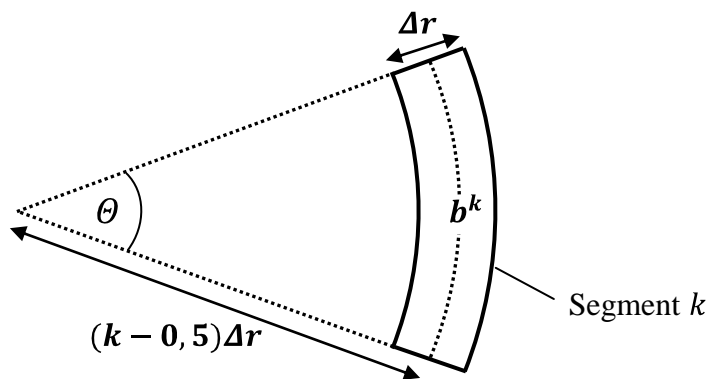
3.4 TEMPERATURBERÄKNINGAR

Dessa beräkningar utgår från ekvation 13:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{c_a b}{\rho c_p Q} (T_a - T) + \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx} (T_u - T) \quad (\text{Wörman, 1998}).$$

Eftersom flödet i modellen är tvådimensionellt så används här båglängd istället för bredd. Grundvatteninfiltrationen i Wörmans beräkning ersätts av infiltrationen av omgivande vatten i avloppsvattenplymen pga. vattenströmmar. Variabler som påverkar energiutbytet med atmosfären är alltså temperatur, flöde och plymens båglängd. Retentionstiden V_{seg}^k/Q^k är omvänt proportionell mot flödet vilket alltså innebär att vattnet som passerar en viss sträcka får lägre energiförluster vid ett ökat flöde. Energiutbytet med atmosfären är också proportionellt mot plymens area mot atmosfären. Den övre arean A_{topp}^k av segment k ges av:

$A_{topp}^k = \Delta r b^k$, där $b^k = \Delta r(k - 0,5)\theta$ är båglängden i mitten av segmentet (se även figur 9 och 13).



Figur 12. Segmentens övre area, $A_{topp}^k = b^k \Delta r$, där b^k är båglängden i mitten av segmentet.

Termen $\frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx}$ är utspädningen. I denna numeriska modell approximeras dQ med

$$dQ = \Delta Q^k = Q^k - Q^{k-1} \text{ och } dx = \Delta r \text{ (bredden av segmenten)}$$

Följande beteckningar införs:

$$T_{\text{öv}}^k = -(T_u - T^k) \text{ och } T_{\text{kons}} = (T_a - T_u),$$

$T_{\text{öv}}^0$ är alltså den övertemperatur kylvattnet håller gentemot det utspädande vattnet när det lämnar avloppet

Med ovanstående beteckningar blir uttrycket för dT i den numeriska modellen:

$$dT = \Delta T^k = \frac{c_a b^k}{\rho c_p Q^k} \Delta r (-T_{\text{öv}}^{k-1} + T_{\text{kons}}) + \frac{\Delta Q^k}{Q^k} (-T_{\text{öv}}^{k-1}) \quad (27)$$

där $k = 1, 2, \dots, N$, och N är antalet segment.

Termen $\frac{c_a b^k}{\rho c_p Q^k} \Delta r (-T_{\text{öv}}^{k-1} + T_{\text{kons}})$ är den del av temperaturförändringen som beror på energiutbytet med atmosfären och termen $\frac{\Delta Q^k}{Q^k} (-T_{\text{öv}}^{k-1})$ beskriver utspädningens påverkan.

Först betraktas utspädningen: $\frac{\Delta Q^k}{Q^k} (-T_{\text{öv}}^{k-1}) = \frac{Q^k - Q^{k-1}}{Q^k} (-T_{\text{öv}}^{k-1})$.

$$\text{Eftersom } Q^{k-1} = Q^k \frac{c^k}{c^{k-1}} \text{ gäller alltså att: } \frac{Q^k - Q^{k-1}}{Q^k} (-T_{\text{öv}}^{k-1}) = \frac{Q^k - Q^k \frac{c^k}{c^{k-1}}}{Q^k} (-T_{\text{öv}}^{k-1}) = \left(1 - \frac{c^k}{c^{k-1}}\right) (-T_{\text{öv}}^{k-1})$$

Med detta uttryck som utgångspunkt så används sedan Euler's metod för att beräkna temperaturen $T_{\text{öv}}^k$ i segmenten:

$$\begin{aligned} T_{\text{öv}}^k &= T_{\text{öv}}^{k-1} + \Delta T^k = T_{\text{öv}}^{k-1} + \frac{c_a b^k}{\rho c_p Q^k} \Delta r (-T_{\text{öv}}^{k-1} + T_{\text{kons}}) + \left(1 - \frac{c^k}{c^{k-1}}\right) (-T_{\text{öv}}^{k-1}) \\ &= \frac{c_a b^k}{\rho c_p Q^k} \Delta r (-T_{\text{öv}}^{k-1} + T_{\text{kons}}) + \frac{c^k}{c^{k-1}} T_{\text{öv}}^{k-1}, \quad C^0 = 1 \end{aligned} \quad (28)$$

Först beräknas alltså temperaturen i första segmentet och resultatet används sedan för att beräkna temperaturen i nästkommande segment osv. Vid simulering med konstanta indata så blir ekvation (27) den sjunde beräkningen i varje segment dvs. uppdateringen i segmenten sker enligt:

1. $Q_i^k = Q^{k-1}$
2. s^k enligt ekvation 17 eller 18.
3. $Q_y^k = s^k u$

4. $\beta^{k+1} = \beta^k - \Delta\beta^k$ (se avsnitt 3.4, ekvation 39.)
5. $Q^k = Q_i^k + Q_y^k$
6. $C^k = C^{k-1} \frac{Q^{k-1}}{Q^k}$, ($C^0 = 1$ och $Q^0 = Q_0$)
7. $T_{\text{öv}}^k = \frac{c_a b^k}{\rho c_p Q^k} \Delta r (-T_{\text{öv}}^{k-1} + T_{\text{kons}}) + \frac{C^k}{C^{k-1}} T_{\text{öv}}^{k-1}$

3.4.1 Utspädningens inverkan på temperaturen

Bortser man ifrån atmosfärens inverkan på temperaturen så gäller för första segmentet att:

$$T_{\text{öv}}^1 = T_{\text{öv}}^0 + \Delta T_u^1 = T_{\text{öv}}^0 + \left(1 - \frac{C^1}{C^0}\right) (-T_{\text{öv}}^0)$$

Eftersom $C^0 = 1$, så gäller att: $T_{\text{öv}}^1 = C^1 T_{\text{öv}}^0$

På samma sätt gäller för det andra segmentet att:

$$T_{\text{öv}}^2 = T_{\text{öv}}^1 + \Delta T_u^2 = T_{\text{öv}}^1 + \left(1 - \frac{C^2}{C^1}\right) (-T_{\text{öv}}^1) = \frac{C^2}{C^1} T_{\text{öv}}^1 = C^2 T_{\text{öv}}^0$$

Genom induktion följer även att:

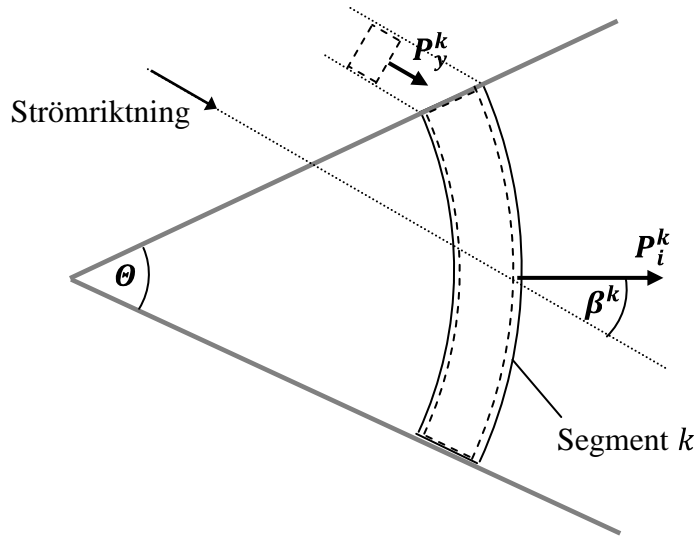
$$T_{\text{öv}}^k = C^k T_{\text{öv}}^0 \tag{29}$$

Som väntat är alltså utspädningens inverkan på temperaturen sådan att förhållandet i temperatur mellan två godtyckliga segment är direkt proportionellt mot förhållandet i segmentens respektive koncentration. När man väl har beräknat jämviktskoncentrationerna så behöver man bara ha kunskap om temperaturen i det första segmentet för att enkelt också kunna beräkna utspädningens inverkan på temperaturen i de övriga.

3.5 RÖRELSEMÄNGDSBERÄKNINGAR

Det är inte ovanligt att avloppsvatten släpps ut direkt ur avloppsrör utan diffusor. I dessa fall finns en huvudsaklig riktning i avloppsvattnets rörelsemängd vid utsläppspunkten. Avloppsvattenplymens rörelseriktning kommer därefter att påverkas av den omgivande strömmen. För att beräkna avloppsvattenplymens fortsatta rörelseriktning behöver man därför känna till storleksförhållandet mellan rörelsemängden i plymen P_i^k , och rörelsemängden P_y^k hos vattnet som i varje segment infiltrerar plymen.

För att beräkna rörelsemängden i plymen betraktas först rörelsemängden hos den volym $Q^k dt$ som under en liten tidsrymd dt , transporteras genom ett tvärsnitt av ett godtyckligt segment k (ett tvärsnitt längs båglängden i mitten av segmentet).



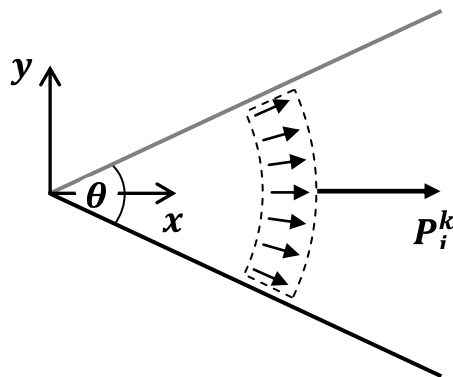
Figur 13. Rörelsemängden P_i^k och P_y^k av det inre respektive yttre flödet.

Denna volym betraktas som ett enhetligt "system" och P_{tot}^k får beteckna beloppet av detta systems totala inre rörelsemängd där ingen hänsyn tas till riktning dvs. $P_{tot}^k = \rho_o Q_i^k u^k dt$, där ρ_o är densiteten och $u^k = \frac{Q_i^k}{b^k h}$ är strömhastigheten genom tvärsnittet, (skall inte förväxlas med u som är den omgivande strömmens hastighet).

En funktion $g(y)$ definieras på intervallet $-\frac{w^k}{2} \leq y \leq \frac{w^k}{2}$ sådan att $g_m = p^k = \frac{P_{tot}^k}{w^k}$,

g_m är alltså medelvärdet av funktionen $g(y)$ på intervallet och w^k är plymens bredd i mitten av segment k . Alltså gäller att:

$$P_{tot}^k = \int_{-\frac{w^k}{2}}^{\frac{w^k}{2}} g(y) dy \quad (30)$$



Figur 14. De inre rörelsemängdselementen med beloppen p^k utgör sammantaget den totala inre rörelsemängden P_i^k .

Symmetrin ger att det bara är x- komponenterna av de inre rörelsemängdselementen som bidrar till P_i^k som alltså representerar systemets totala rörelsemängd med hänsyn taget till riktning (se figur 14).

$$P_i^k = \int_{-\frac{w^k}{2}}^{\frac{w^k}{2}} f(y) dy \quad (31)$$

$$f(y) = p^k \left(1 - \left(\frac{y}{L} \right)^2 \right)^{0,5}, \quad L = (k - 0,5) \Delta r \quad (32)$$

För att underlätta integreringen införs den inversa substitutionen:

$$y = h(\alpha) = L \sin(\alpha), \quad -\frac{\theta}{2} \leq \alpha \leq \frac{\theta}{2} \quad (\theta = \text{spridningsvinkeln}).$$

$$dy = L \cos(\alpha) d\alpha$$

$$f(h(\alpha)) = p^k \cos(\alpha)$$

Integralen kan därmed lösas:

$$P_i^k = \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} p^k L \cos^2(\alpha) d\alpha = p^k \frac{L}{2} (\theta + \sin(\theta)) \quad (33)$$

$$P_{tot}^k = g_m w^k$$

$$P_i^k = f_m w^k, \quad \text{där } f_m \text{ är medelvärdet av } f(y) \text{ på intervallet: } -\frac{w^k}{2} \leq y \leq \frac{w^k}{2}$$

Detta ger att:

$$\frac{P_i^k}{f_m} = \frac{P_{tot}^k}{g_m} \rightarrow P_i^k = P_{tot}^k \frac{f_m}{g_m} \quad (34)$$

$$f_m = \frac{1}{w^k} \int_{-\frac{w^k}{2}}^{\frac{w^k}{2}} f(y) dy = \frac{p^k L (\theta + \sin(\theta))}{2 w^k} \quad (35)$$

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{w^k}{2L} \rightarrow w^k = 2L \sin\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad \text{Detta insatt i (34):}$$

$$f_m = \frac{p^k (\theta + \sin(\theta))}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (36)$$

$$P_i^k = P_{tot}^k \frac{f_m}{g_m} = \rho_o Q_i^k u^k dt \left(\frac{\theta + \sin(\theta)}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right) \quad (37)$$

Rörelsemängden P_y^k av det infiltrerande vattnet ges av:

$$P_y^k = \rho_a Q_y^k u dt \quad (38)$$

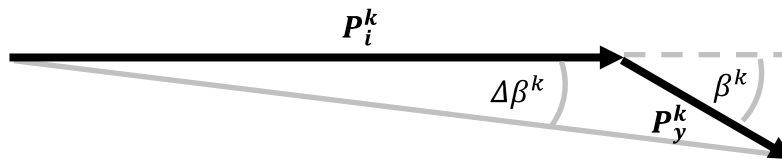
Vinkeln β^1 som vid utsläppspunkten skiljer avloppsvattenplymens rörelseriktning från den omgivande strömmens rörelseriktning anges som indata till modellen. Ju mer vatten som infiltreras i plymen desto större inverkan på dess rörelseriktning får den adderade rörelsemängden. Plymens rörelseriktning kommer alltså att successivt anpassas till riktningen av den omgivande strömmen.

Vinkeln β^2 som är vinkeln mellan plymen och den omgivande strömmens respektive riktningar vid segment 2, bestäms alltså av förhållandet mellan P_i^1 och P_y^1 . På samma sätt bestäms sedan β^{k+1} av förhållandet mellan P_i^k och P_y^k .

$$\beta^{k+1} = \beta^k - \Delta\beta^k \quad (39)$$

Vinkeln $\Delta\beta^k$ beräknas med hjälp av vektoraddition:

$$\begin{aligned} \Delta\beta^k &= \operatorname{atan} \left(\frac{P_y^k \sin(\beta^k)}{P_i^k + P_y^k \cos(\beta^k)} \right) \\ &= \operatorname{atan} \left(\frac{\rho_a Q_y^k u \sin(\beta^k)}{(Q_i^k)^2 \frac{\rho_o}{\Delta r(k-0,5)\theta h} \left(\frac{\theta + \sin(\theta)}{4 \sin(\frac{\theta}{2})} \right) + \rho_a Q_y^k u \cos(\beta^k)} \right) \end{aligned} \quad (40)$$



Figur 15. Plymens rörelseriktning beräknas med hjälp av vektoraddition.

I diskussionsavsnittet presenteras ett förslag på en utökad rörelsemängdsmodell där man låter storleken på det relativa rörelsemängdsöverskottet i plymen påverka spridningsvinkeln.

4. JAVAMODELLENS ANVÄNDARGRÄNSSNITT

För att underlätta användandet har modellen försetts med ett funktionellt användargränssnitt. Modellen är kopplad till JExcel API vilket gör att simuleringsresultaten ges i Excel filer. Det finns också en enkel grafisk funktion i användargränssnittet som ger möjlighet att få en överskådlig bild av simuleringsresultat.

4.1 MODELLINSTÄLLNINGAR OCH INDATA

Första steget vid användandet av modellen är att välja mellan fyra möjliga grundinställningar:

- 1) Kylvatten från punktkälla
- 2) Kylvatten från diffusor
- 3) Övriga utsläpp från punktkälla
- 4) Övriga utsläpp från diffusor

Vilken inställning som valts avgör vilka indata som efterfrågas. Vissa indata anges med defaultvärden som kan varieras med hjälp av sliders för att underlätta inläsningen. Ett fönster visar vilken grundinställning som valts och vilka värden på indata som används.

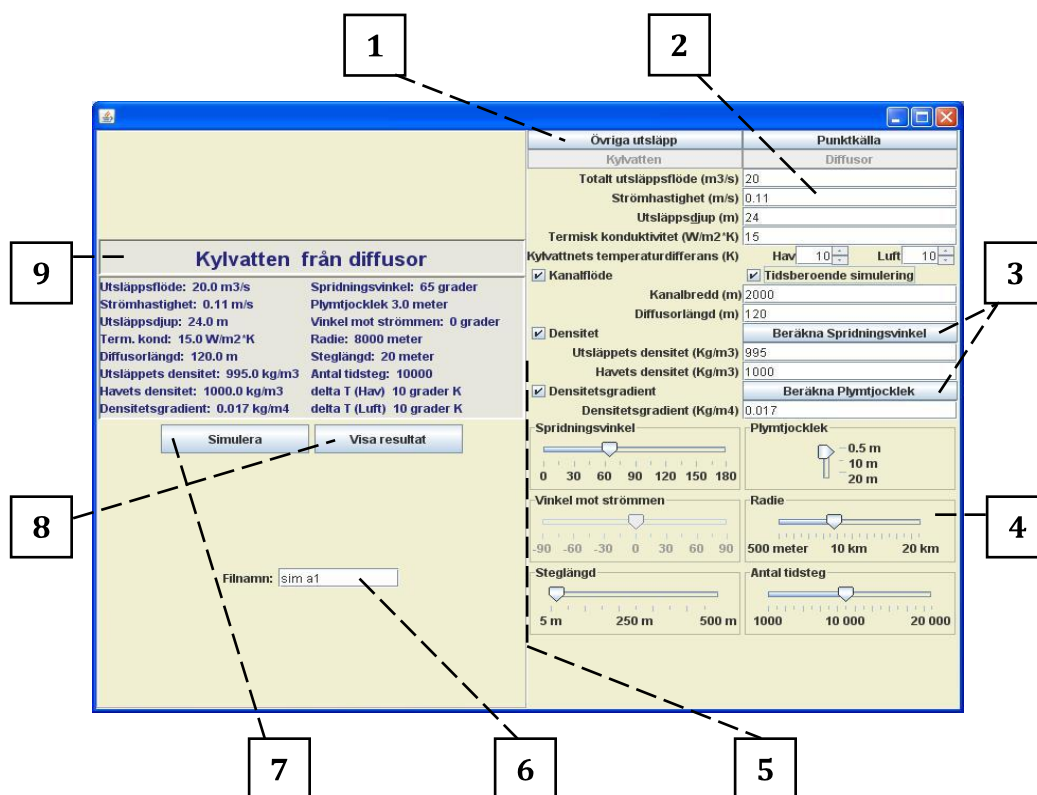
Användargränssnittet hanterar nedanstående indata, där vissa är begränsade till givna intervall:

- Strömhastighet u [m/s].
- Utsläppsflöde Q_0 [m^3/s].
- Diffusorlängd L [m].
- *Plymtjocklek h , (0,5 – 20), [m].
- *Spridningsvinkel θ , (0 – π), [rad].
- Vinkel mot strömmen β , $\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) < \beta < \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right)\right)$, [rad].
- Steglängd, bredd av segment Δr , (5 – 500), [m].
- Antal tidsteg. (Modellen använder största möjliga tidsteg den kan hantera beroende på strömhastighet, utsläppsflöde och volymen av det första segmentet).
- Kanalbredd [m].
- Värmeöverföringskoefficient [$W/m^2\text{°C}$].
- Avloppsvattnets temperaturdifferens till luften [°C].
- Avloppsvattnets temperaturdifferens till omgivande hav [°C].
- Radie (Längden av simuleringsområdet), (500 – 20 000), [m].
- Utsläppsdjup [m].
- Avloppsvattnets densitet [kg/m^3].
- Omgivande vattens densitet [kg/m^3].

* Spridningsvinkel plymtjocklek och kan antingen ges manuellt eller beräknas av modellen enligt ekvation (6) respektive (9) och (11).

4.2 BESKRIVNING

Nedan följer en kortfattad beskrivning av användargränssnittets funktioner:

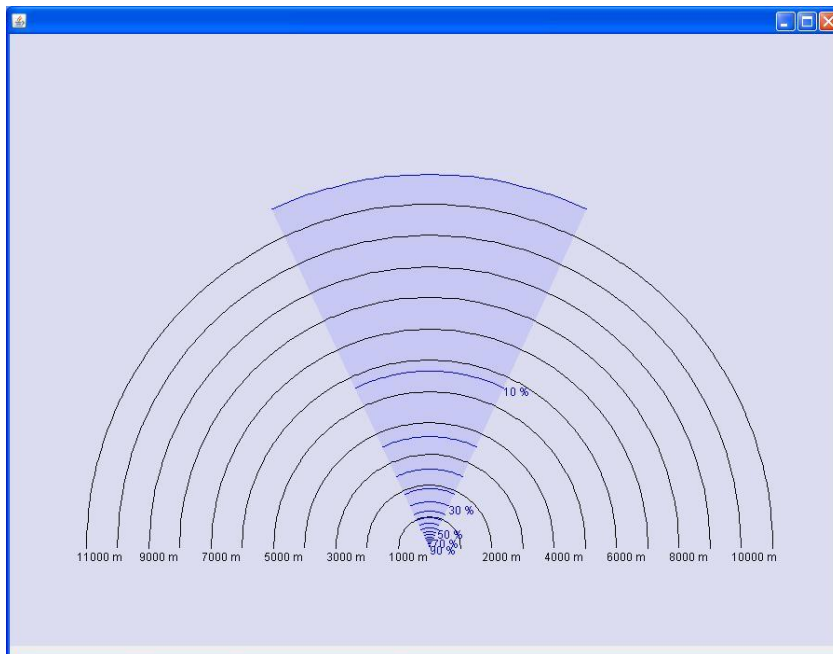


Figur 16. Beskrivning av användargränssnitt.

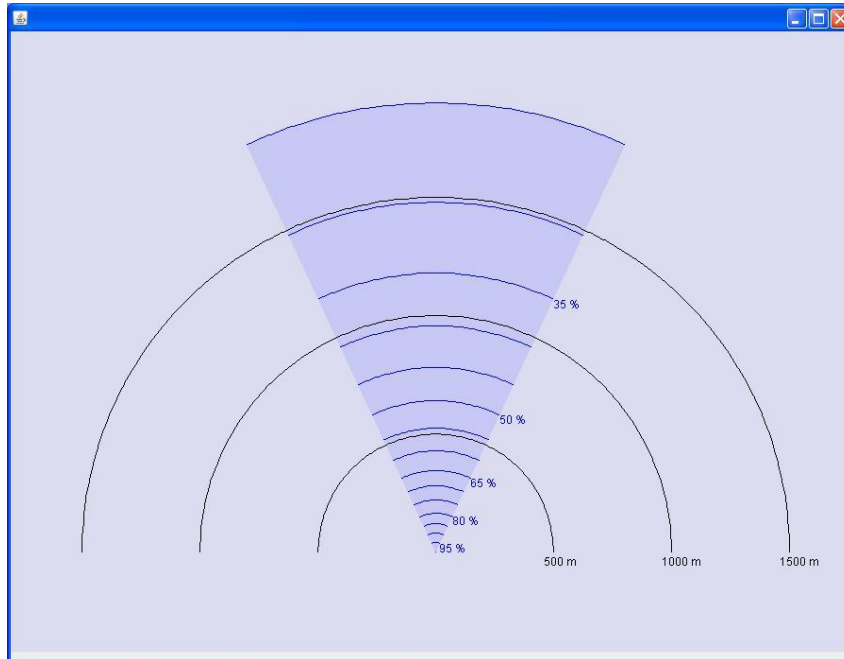
- 1) Här väljs mellan fyra möjliga grundinställningar.
- 2) Fält för inmatning av indata. Olika fält visas beroende på vilken inställning man valt i [1]. Endast fält för indata som behövs för den valda grundinställningen visas.
- 3) Knappar för beräkning av *Spridningsvinkel* och *Plymtjocklek*. Dessa värden kan också ställas in manuellt med hjälp av sliders [4].
- 4) Sliders för val av *Spridningsvinkel*, *Plymtjocklek*, *Vinkel mot strömmen*, *Radie*, *Steglängd* samt *Antal tidsteg*.
- 5) Val av specialfunktionerna *Kanalflöde* och *Tidsberoende simulering*. Väljs *Kanalflöde* ges möjlighet att sätta ett gränsvärde för plymens transversella utbredning. När gränsvärdet nås övergår det tvådimensionella flödet i plymen till ett endimensionellt flöde. Detta ger möjlighet att göra simuleringar av utsläpp i ett vattendrag. Vid val av diffusorinställning i [1], samt tillgång till densitetsdata så finns möjligheten att låta *Spridningsvinkel* och *Plymtjocklek* beräknas av modellen. Hur dessa beräkningar går till förklaras i teoriavsnittet.
- 6) Val av namn för resultatfil (Excel-fil). I filens sparas även de indata som används samt datum för simuleringen.

- 7) Startknapp för simulering. För att undvika simulering med felaktiga indata aktiveras knappen först när samtliga indata angivits för den aktuella modellinställningen.
- 8) Grafisk presentation av resultat vilket ger möjlighet att snabbt kunna undersöka hur variationer i indata påverkar resultatet. Skalan justeras automatiskt. Har man t.ex. valt att simulera en avloppsvattenplym tom. 12 km ut från utsläppspunkten men snabbt vill få en uppfattning av hur resultaten ter sig för de första två kilometrarna så kan man välja att minska radien och få en bild med högre upplösning (se figur 17 och 18).
- 9) Fönstret visar vilken inställning som valts för modellen och vilka värden på indata som används.

Vissa indata kan man alltså låta modellen beräkna. När en simulering avslutats aktiveras ”Visa Resultat” knappen [8] och man kan direkt få en enkel grafisk presentation av simuleringsresultatet. Resultatet sparas även i en Excel fil tillsammans med datum för simuleringen och aktuella indata.



Figur 17. Enkel grafisk presentation av en simulerad avloppsvattenplym. Resultaten anges i procent av ursprunglig koncentration eller övertemperatur som funktion av avståndet. Mellan varje blått streck skiljer det 5 %.



Figur 18. *Samma simulering som ovan men endast resultatet från de första två kilometrarna visas med en högre upplösning.*

5. SIMULERING OCH VALIDERING AV RESULTAT

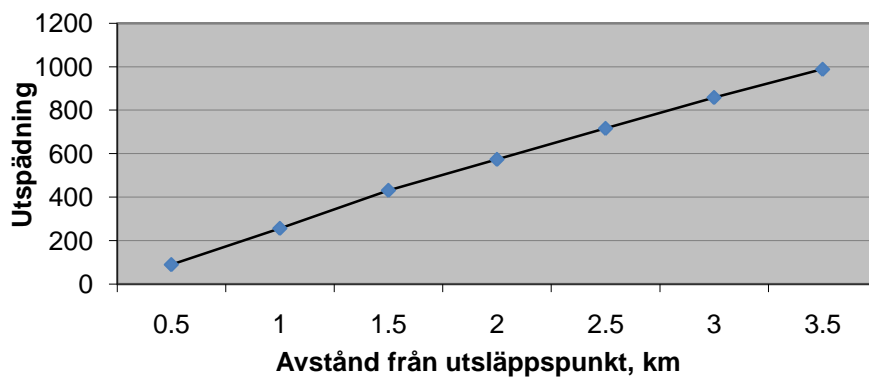
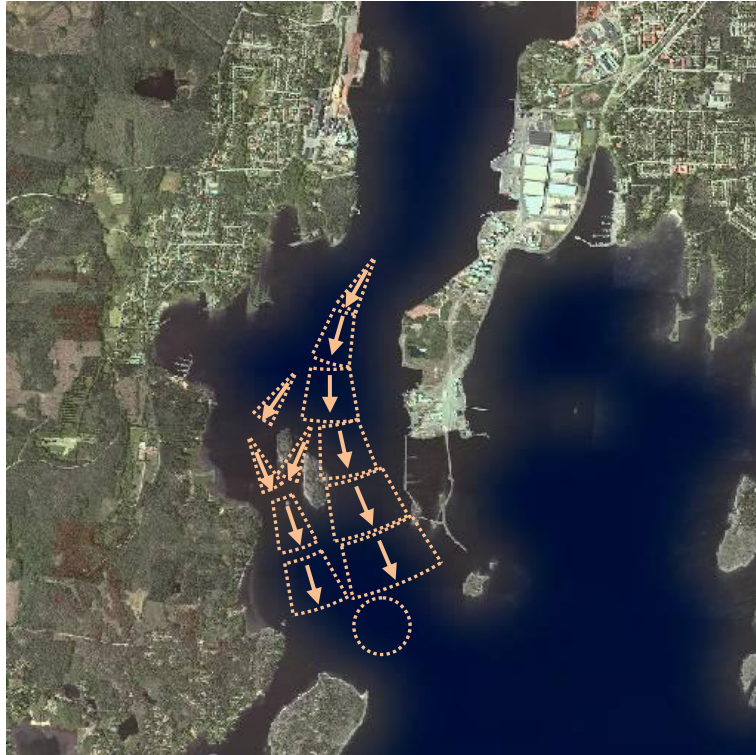
Under utförandet av examensarbetet användes modellen vid två undersökningar. Den första var en simulering av utspädningen av ett industriutsläpp i Umeälvens utlopp (Malm & Malmaeus, 2008). Den andra var en simulering av temperaturvariationer i ytvattnet av en vik i Östersjön, som en följd av ett utsläpp av kylvatten från ett kraftverk (Malm & Karlsson, 2009).

5.1 UTSLÄPP I UMEÄLVEN

Den maximala utspädningen av utsläpp i vattendrag har en övre gräns definierad av vattenföringen. Vid undersökningen i Umeåälven fanns statistik från flera års vattenföringsmätningar. Med hjälp av karta mättes bredden av älven vid utsläppspunkten och med kunskap om medelvattenföringen och en uppskattning av det hydrauliska medeldjupet kunde även en medelströmshastighet uppskattas.

I detta fall valdes en grov indelning av älven i 500-meterssegment nedströms utsläppspunkten. Avloppsvattnet var uppblandat med kylvatten innan det släpptes ut via en diffusor på botten, i mitten av strömfåran. Utsläppet antogs därför ha sådan flytkraft att plymens stighöjd nådde ytan 1,5 km nedströms utsläppspunkten och den övre gränsen för

utspädningen uppnåddes när avloppsvattenplymens transversella utbredning nått hela tvärsnittet av älvfåran. Ett antal alternativa scenarier testades, t.ex. där plymen antogs blockeras vid halva djupet, och fall med varierande spridningsvinklar.

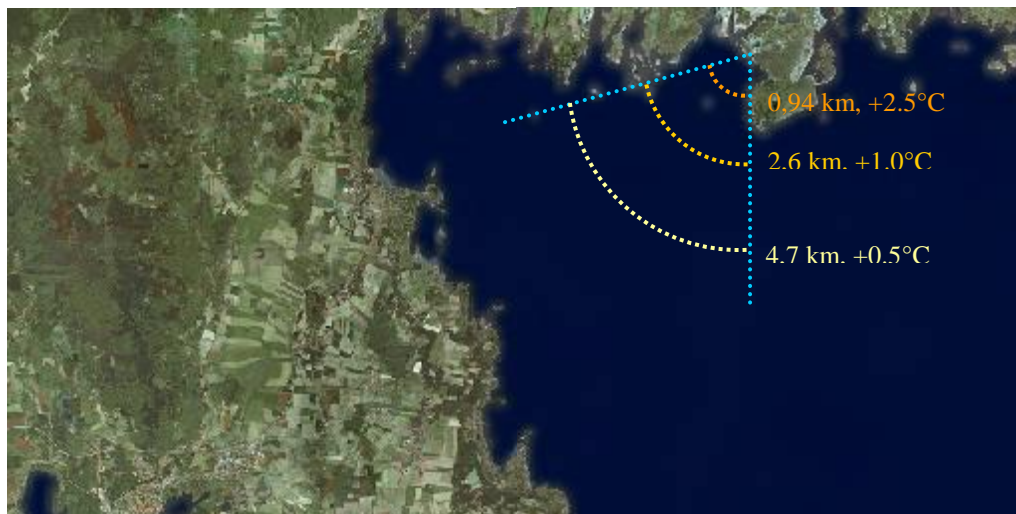


Figur 19. Exempel från simulering av utsläpp i Umeåälven. Cirkeln i figuren anger maximal utspädning.

5.2 KYLVATTENUTSLÄPP

Utsläppet av kylvatten i Östersjön skedde ytligt och invid kusten. Kylvatten hade vid utsläppspunkten en övertemperatur på +10°C vilket medför att det lägger sig på ytan pga. lägre densitet. Två olika utsläppsflöden (tio resp. tjugo m³/s) undersöktes vilket motsvarade att kraftverket drevs med halv resp. full kapacitet. Vid det högre utsläppsflödet antogs

kylvattnet breda ut sig i en 2 m tjock plym på ytan med 75° spridningsvinkel. I simuleringar antogs att kylvattenplymens energiförluster till atmosfären var 15W per kvadratmeter och grad övertemperatur. Wörman (1998) använde 25W per kvadratmeter och grad övertemperatur i sin beräkning (se 2.3.3 och 3.4). Att ett lägre värde användes i detta fall var för att simulera ett väderförhållande som var något under det genomsnittliga för kylvattenplymens energiförluster till atmosfären. Strömhastigheten i recipienten antogs vara 2,5 cm/s med sydvästlig riktning, vilket kan anses vara de strömförhållanden i ytvattnet som råder vid måttlig frånlandsvind.



Temperatur (°C)	Plymtjocklek (m) 1		Plymtjocklek (m) 2		Plymtjocklek (m) 4	
	avstånd (m)	area (ha)	avstånd (m)	area (ha)	avstånd (m)	area (ha)
9.5	40	0.1	20	0.03	20	0.03
9	80	0.42	40	0.1	20	0.03
8.5	120	0.94	60	0.24	40	0.1
8	200	2.6	100	0.65	60	0.24
7.5	240	3.8	120	0.94	60	0.24
7	280	5.1	140	1.3	80	0.42
6.5	360	8.4	180	2.1	100	0.65
6	440	13	220	3.2	120	0.94
5.5	520	18	280	5.1	140	1.3
5	640	27	340	7.6	180	2.1
4.5	760	38	400	10	200	2.6
4	920	55	500	16	260	4.4
3.5	1120	82	600	24	320	6.7
3	1360	121	740	36	380	9
2.5	1680	185	940	58	500	16
2	2120	294	1240	101	660	29
1.5	2800	513	1700	189	920	55
1	3880	985	2560	429	1420	132
0.5	6160	2484	4680	1434	2860	535

Figur 20. Simulering av temperaturvariation i kylvattenplym.

5.3 VALIDERING AV SIMULERINGSRESULTAT

5.3.1 Jämförelse med analytisk beräkning

Första steget är att undersöka om modellens beräkningar fungerar som tänkt genom att jämföra med Wörmans analytiska beräkningar av temperaturvariationer i Fyrisån nedströms ett planerat varmvattenutsläpp (se avsnitt 2.3.3). Wörman presenterar sina resultat på formen $\frac{T_n - T(x)}{T_n - T_0}$ som funktion av avståndet från utsläppspunkten.

$T(x)$ = temperatur

T_n = vattentemperatur ovanför utsläppspunkten

T_{in} = temperatur av det tillförda varmvattnet

Q_{in} = varmvattenflöde

Q = vattenförling vid utsläppspunkten

$T_0 = \frac{QT_n + Q_{in}T_{in}}{Q + Q_{in}}$ = Initial övertemperatur i vattendraget efter tillförelse av och omblandning med varmvatten.

T_a = lufttemperatur

T_g = temperatur av grundvattnet

För detta vattendrag i juni, gäller som ett månatligt medelvärde baserat på flera års statistik att $T = 14 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_a = 16 \text{ }^\circ\text{C}$ och $T_g = 6 \text{ }^\circ\text{C}$

Att T är konstant innebär att $\frac{dT}{dx} = 0$. Med ovanstående temperaturer insatta i ekvation (13) fås att:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dx} = 0 &= \frac{c_a b}{\rho c_p Q} (T_a - T) + \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx} (T_g - T) \rightarrow \frac{\rho c_p}{c_a b} \frac{dQ}{dx} = -\frac{(T_a - T)}{(T_g - T)} = 0,25 \\ \rightarrow \frac{dQ}{dx} &= 0,25 \frac{c_a b}{\rho c_p} = 5,23 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^2\text{/s]} \end{aligned}$$

Där

$$\rho c_p = 4,18 \cdot 10^6 \text{ [J/m}^3\text{ }^\circ\text{C]}$$

$$c_a = 25 \text{ [W/m}^2\text{ }^\circ\text{C]}$$

$$b = 35 \text{ [m]}$$

Ekvation (13) kan även skrivas på formen

$$\frac{dT}{dx} = \frac{c_a b}{\rho c_p Q} T_a + \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx} T_g - \left(\frac{c_a b}{\rho c_p Q} + \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx} \right) T$$

Vilket är en första ordningen linjär ordinär differentialekvation. Om endast temperaturen T antas variera med x och T_0 resp T_n är randvillkoren, så har ekvationen konstanta koefficienter och lösningen är:

$$T(x) = (T_0 - T_n)e^{-\left(\frac{c_a b}{\rho c_p Q} + \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx}\right)x} + T_n \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{T_n - T(x)}{T_n - T_0} = e^{-\left(\frac{c_a b}{\rho c_p Q} + \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx}\right)x} \quad (41)$$

Lösningen på denna form beskriver hur stor del av övertemperaturen som återstår efter en viss sträcka x , i förhållande till den initiala övertemperaturen.

För att göra jämförelsen anpassas modellen till att simulera samma förhållande.

Avloppsvattenflöden väljs så att de matchar de värden på faktorn $\frac{b}{Q}$ som Wörman använt dvs. modellen körs med följande värden: $Q_a = 3,5$, $Q_a = 0,7$ och $Q_a = 0,318$ [m³/s]. Spridningsvinkeln sätts till 180° och *Kanalflöde* väljs med kanalbredden 35 meter. I modellen approximeras $\frac{dQ}{dx}$ med $\frac{Q^k - Q^{k-1}}{\Delta r} \rightarrow (Q^k - Q^{k-1}) = \frac{dQ}{dx} \Delta r = 5,23 \cdot 10^{-5} \Delta r$, vilket alltså är infiltrationsflödet av grundvatten per segment.

Jämförelsen med den analytiska lösningen och modellen visas nedan i tabellform med varierande värden på faktorn $\frac{b}{Q}$.

Avstånd (m)	$\frac{T_n - T}{T_n - T_0}, \frac{b}{Q} = 10$		$\frac{T_n - T}{T_n - T_0}, \frac{b}{Q} = 50$		$\frac{T_n - T}{T_n - T_0}, \frac{b}{Q} = 110$	
	analytisk	modell	analytisk	modell	analytisk	modell
100	99 %	99 %	96 %	96 %	92 %	92 %
500	96 %	96 %	83 %	83 %	66 %	67 %
1000	93 %	93 %	69 %	70 %	44 %	46 %
2000	86 %	86 %	47 %	50 %	19 %	24 %
4000	74 %	75 %	22 %	27 %	4 %	8 %
8000	55 %	57 %	5 %	10 %	0,10 %	1,50 %

Tabell 1. Modellens beräkningar jämförs med analytisk lösning

Resultaten stämmer väl överens nära utsläppspunkten men den analytiska lösningen ger en snabbare avkylning med avståndet, i synnerhet vid höga värden av kvoten $\frac{b}{Q}$. Detta beror på att flödet Q antas vara konstant i den analytiska lösningen men i modellen kan inte flödet hållas konstant när dess derivata $\frac{dQ}{dx}$ är skild från noll.

Det innebär att i modellens beräkningar är så kvoten $\frac{b}{Q}$ inte heller en konstant utan värdena 10, 50 resp. 110 gäller endast i det första segmentet. Allteftersom flödet ökar så minskar kvoten och i sista segmentet gäller att $\frac{b}{Q} = 9, 31$ resp. 48.

Kvoten beskriver flödessituationen i vattendraget. Ett lågt värde innebär höglöde och ett högt värde låglöde. Kvoten beskriver också hur effektiv avkylning atmosfären bidrar med i förhållande till värmemängden. Ett högt värde innebär en stor kontaktyta i förhållande till vattenvolymen vilket förklarar varför avkylningen i den numeriska modellen går något långsammare. Vid låglöde så innebär infiltrationen av grundvatten att flödet mer än fördubblats efter 8 km.

Syftet med jämförelsen, att få bekräftat att modellens resultat kan valideras av en analytisk beräkning, får dock anses uppfyllt.

5.3.2 Jämförelser med mätvärden

Resultaten från simuleringarna av kylvattenutsläppet i östersjön kunde jämföras med mätningar av ytvattentemperaturerna området som genomförts av SMHI under sjuttioalet. Från (SMHI, 1977, sid 3):

”För hela bukten ut till en linje Hanö-Tärnö (ca 100 km²) har medelövertemperaturen i ytskikten uppskattats till ett par tiondels grader vid kontinuerlig drift med tre aggregat.”

Ur samma rapport framgår även att (sid 2) *”En med djupet avtagande uppvärmning ner till åtminstone 3 m djup vid Stärnö udde har observerats vid tre aggregat i drift.”*

”Uppvärmningen, liksom plymens tjocklek, ökar med kylvattenutsläpets storlek.”

De uppgifter som var tillgängliga från uppdragsgivaren anger att varje aggregat behöver 10 m³ kylvatten som värms till en övertemperatur på 10 °C. (SMHI rapporten anger 10,5 m³ och 8-9 °C.) För att undersöka hur väl jävmodellens resultat stämmer med en på mätvärden grundad skattning av medelövertemperaturen (ett par tiondels grader för 100 km²), skapades en funktion som beräknar medeltemperaturen T_{med}^k kumulativt. T_{med}^k är alltså medelövertemperaturen för hela simuleringområdet tom. segment k.

Först summeras arean A_{topp}^k (se figur 9) för varje segment.

$$A_{tot}^k = A_{tot}^{k-1} + A_{topp}^k \quad (42)$$

Därefter ges T_{med}^k av

$$T_{med}^k = \frac{T_{med}^{k-1} A_{tot}^{k-1} + T^k A_{topp}^k}{A_{tot}^{k-1} + A_{topp}^k}, \text{ där } A_{tot}^0 = 0 \text{ och } T_{med}^1 = 10 \text{ °C} \quad (43)$$

Vid den tidigare genomförda simuleringen antogs det att kylvattnet spreds ut över bukten i en plym med 75° spridningsvinkel och två meters plymtjocklek vid drift av två aggregat. (det tredje aggregatet används inte längre). Med denna spridningsvinkel täcker plymen 100 km² vid 12,36 km radie och modellen ger i det fallet en medelövertemperatur T_{med}^N på 0,32 °C (N är det sista segmentet vid 12,36 km).

Vid tiden för SMHI rapporten drevs alltså ett tredje aggregat vilket innebär 50% högre kylvattenflöde. Om Modellen körs med detta utsläppsflöde och 3 m plymtjocklek, alla övriga parametrar som tidigare, så fås $T_{med}^N = 0,364$ °C.

Simuleringen gjordes dock med syftet att täcka in de temperaturer som är något högre än de genomsnittliga. Citat från den egna rapporten (Malm & Karlsson, 2009):

”I modellen simuleras ett energiutbyte med atmosfären som motsvarar ett väderförhållande som kan anses vara under det genomsnittliga för kylvattenplymens värmeförluster till atmosfären. Det innebär soligt väder och relativt måttliga vindar... I modellen har en nettovärmeförlust satts till 15W per kvadratmeter och grad övertemperatur... Strömhastigheten i recipienten är satt till 2.5 cm per sekund vilket är ett konservativt antagande eftersom vindpåverkan gör att ytvatten ofta rör sig snabbare. En starkare ström leder till en snabbare nedkylning i plymen på grund av advektion och utspädning”

Om man istället väljer att simulera ett mer genomsnittligt väderförhållande är det rimligt att räkna med en energiförlust till atmosfären på 25 W/m²°C (samma siffra som Wörman använde) och en strömhastighet på 5 cm/s (inte ovanligt för ytvatten). Med dessa värden får man att medelövertemperaturen blir 0.197°C för 100 km² vid tre aggregat och 3 m plymtjocklek, vilket stämmer mycket väl överens med den av SMHI uppmätta medelövertemperaturen på ett par tiondels grader.

SMHI rapporten (sid 3) säger också att: *”Plymens utbredning är starkt vindberoende. Dess största direkta observerbara utbredning i Pukaviksbukten söder om Stjärnöhalvön inträffar då den av nordliga till västliga vindar förs söderut längs Stjärnölandet. Dess övertemperatur i ytskiktet i förhållande till omgivande vatten har då uppgått till ½ - 1 °C på ett avstånd av 1 – 2 km söder om Stjärnö udde.”*

För att simulera detta väderförhållande sattes strömhastighet i recipienten till 5 cm/s i sydsydostlig riktningen (160°), ut ur Pukaviksbukten. Denna strömhastighet i ytvattnet antas uppkomma vid relativt frisk nordnordvästlig frånlandsvind.

Riktningen av rörelsemängden hos kylvattenflödet är vid utsläppspunkten sydvästlig (225°) vilket innebär att kylvattenplymens initiala rörelseriktning avviker 65° från strömriktningen. Eftersom utsläppsflödet vid tidpunkten för observationerna var 30 m³/s (drift av tre aggregat) så används 3 m plymtjocklek.

Spridningsvinkeln ändras till 50°. Beräkningen bygger på att spridningsvinkel uppskattades till 75° för utsläppsflödet 20 m³/s och strömhastigheten 2,5 cm/s och ekvation (6) använts här för att ungefärligt beräkna hur ett större utsläppsflöde och högre strömhastighet påverkar vinkeln. Ekvation (6) gäller visserligen för utsläpp med diffusor men här antas att spridningsvinkeln även i detta fall påverkas av strömhastighet och utsläppsflöde på det sätt som beskrivs av ekvationen. Energiförlusterna till atmosfären sattes även i vid denna simulering till 15 W/m²°C.

Med hjälp av RT-90 koordinater uppmättes avståndet från utsläppspunkten till den sydligaste spetsen av Stjärnö udde. Denna punkt är belägen ca 2 km söder om, och något

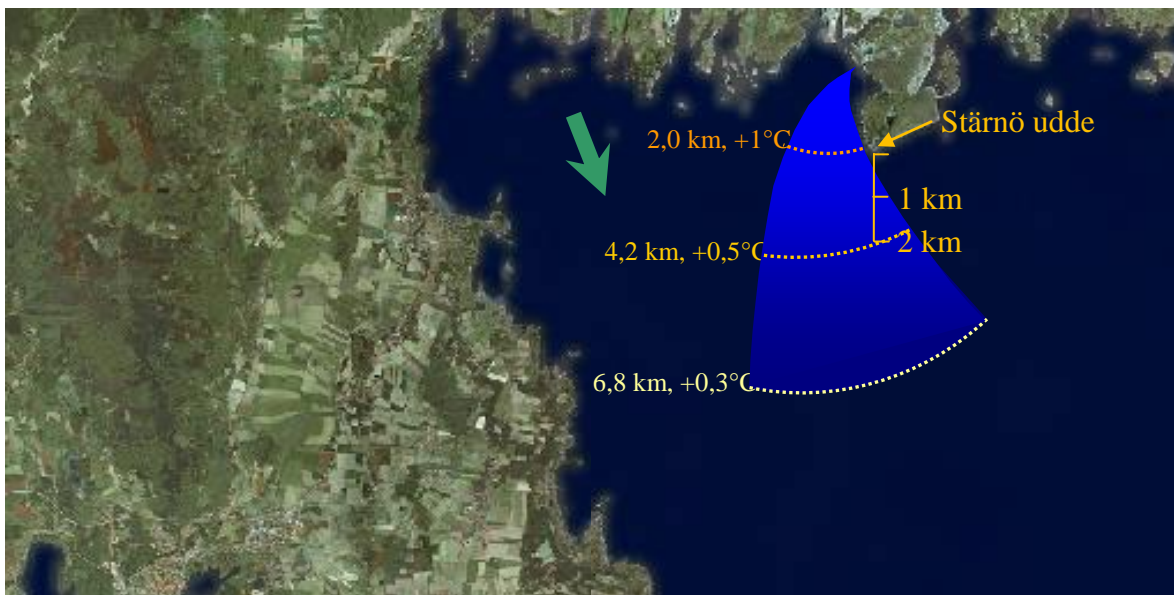
öster om utsläppspunkten (se figur 21). För denna simulering används två funktioner för att beräkna x- resp. y-koordinaten för avloppsvattenplymens centrumlinje i förhållande till utsläppspunkten:

$$X^{k+1} = X^k + \Delta r \cos(\beta^k - 20) \quad (44a)$$

$$Y^{k+1} = Y^k + \Delta r \sin(\beta^k - 20) \quad (44b)$$

där X^0 och $Y^0 = 0$. β^k är vinkeln mellan plymens transportriktning och 160° (strömriktningen) och $(\beta^k - 20)$ är vinkeln mellan plymens trasportriktning och 180° (rakt sydlig riktning).

X^k är alltså avståndet i rakt sydlig riktning från utsläppspunkten till kylvattenplymens centrumlinje vid slutet av segment k och Y^k är avståndet i västlig riktning. Vid radien 4,13 km befinner sig avloppsvattenplymens centrumlinje 4 km söder om, och ca 0.3 km väster om utsläppspunkten. Med hjälp av dessa data kan plymens utbredning ritas (figur 21). Simuleringen ger att övertemperaturen 1 – 2 km söder om Stjärnö udde ligger mellan $0,67^\circ\text{C}$ och $0,5^\circ\text{C}$. Simuleringens resultat stämmer alltså väl överens med de övertemperaturer SMHI uppmätt vid dessa punkter vid liknande vindförhållanden (1°C - $0,5^\circ\text{C}$).

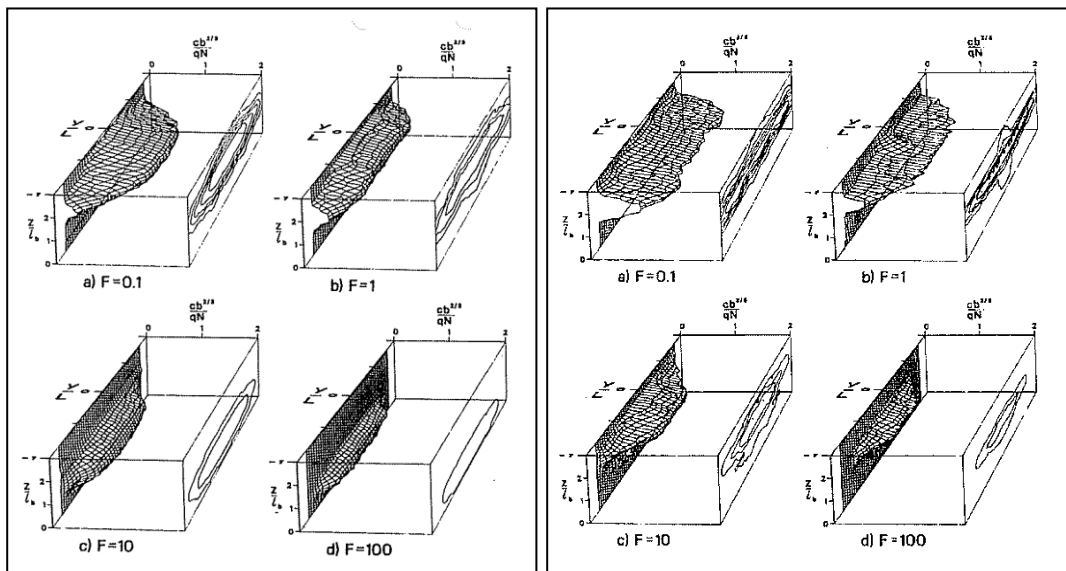


Figur 21. Jämförelse mellan simulerad kylvattenplym och mätvärden

6. DISKUSSION

6.1 RUMSMEDELVÄRDEN

Det bör nämnas att koncentrationen i ett tvärsnitt av en avloppsvattenplym inte är helt homogen. Vid Roberts experiment användes ett nätverk av mätprober vilket gjorde att de kunde skapa normaliserade koncentrationsprofiler för olika strömhastigheter. Figur 22 visar koncentrationsprofiler med strömriktningen vinkelrätt mot diffusorn och i figur 23 är för strömmen parallell med diffusorn.



Figur 22.

Från Roberts experiment (Roberts et al., 1989a). Normaliserade koncentrationsprofiler vid olika strömhastigheter med strömriktningen vinkelrätt (fig. 22) mot respektive parallellt (fig. 23) med diffusorn.

Figur 23.

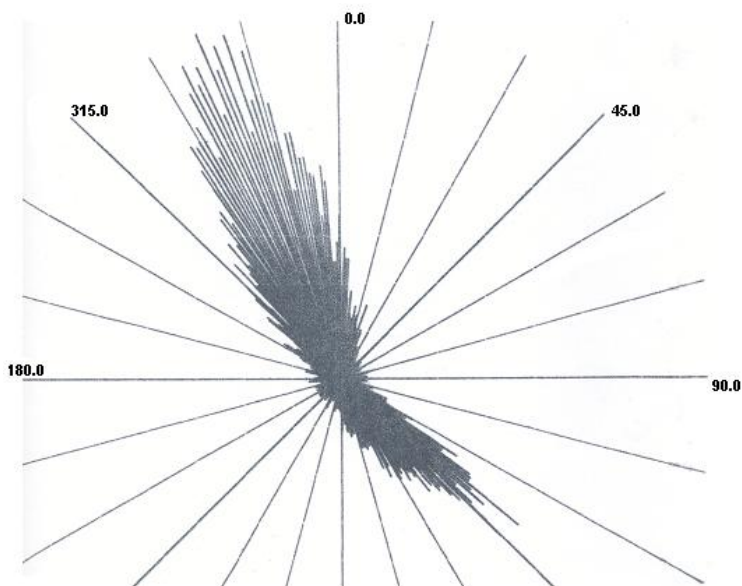
Modellen beräknar alltså rumsmedelvärden för varje segment. Figur 22 och 23 får gälla som en ungefärlig referens för hur den maximala koncentrationen kan förväntas förhålla sig till rumsmedelvärdet.

6.2 NÅGOT OM OSÄKERHETER VID SIMULERING AV UTSLÄPP

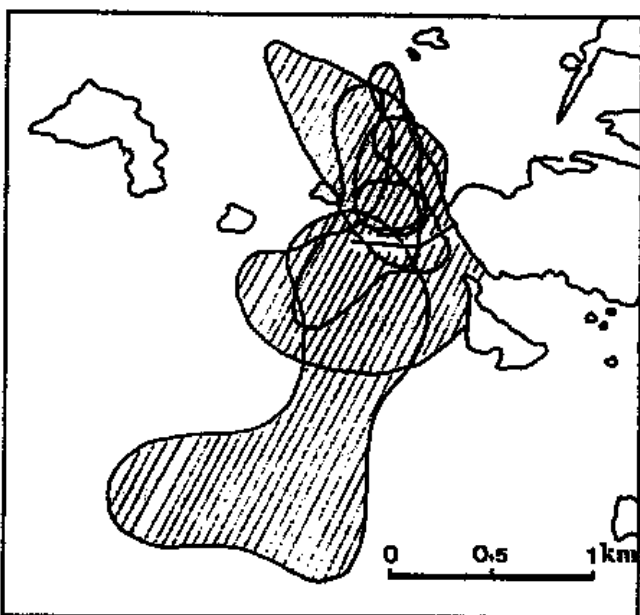
6.2.1 Dispersiva spridningsmekanismer

Utgår man från ett polärt koordinatsystem kan advektion sägas vara transporten av avloppsvatten i radiell led, bort från utsläppspunkten, och dispersion kan, lite förenklat, sägas vara spridningen i transversell- och z-led. Dispersionen sprider alltså avloppsvattnet över ett större område medan advektionen transporterar bort avloppsvattnet från utsläppsområdet. Det finns en mängd dispersiva spridningsmekanismer som verkar på en avloppsvattenplym.

Det är t.ex. vanligt att det i naturen förekommer stora tidsvariationer i strömförhållanden vilket får effekten att avloppsvattnet sprids över ett större område än vad som är fallet vid stabila strömförhållanden. Som exempel på detta visas här resultat från en undersökning av strömmarna i Kattfjorden, utförd av SMHI.



Figur 24. *Frekvensfördelning av strömriktningar i Kattfjorden utanför Skoghallsverken 15/6-3/8 1966. Rotordjup 5 m. Totalt antal observationer 7001. Från SMHI (1968).*



Figur 25. *Denna sammanfattande bild från spårämnesmätningar i Skoghallsverkens recipientområde illustrerar hur avloppsvattenfältets spridning påverkas av de kraftigt varierande strömförhållandena i området. De streckade fälten markerar en utspädningsgrad lägre än 100 ggr. Från Lindeström (1990).*

Variationer i strömhastigheten vid utsläppspunkten innebär även att avloppsvattenplymen når varierande stighöjd vilket ger en tjockare avloppsvattenplym än vid stabila strömförhållanden.

Det är inte heller ovanligt med variationer i stratifiering vilket också påverkar stighöjden. I de fall där avloppsvattnet når ytan, som exempelvis vid kylvattenutsläpp, så blir spridningen av plymen även starkt vindberoende. Vågornas påverkan leder i viss mån till en omblandning på djupet och därmed till en ökad tjocklek av plymen.

De förhållanden som råder i ett utsläppsområde är sällan statiska vilket man bör ta hänsyn till i den inledande analysen när man använder ett simuleringsverktyg. Inom vilka intervall varierar olika indata och hur påverkar detta resultaten? Vilka förhållanden avser man att simulera? Rimligen är det så att en mer komplex modell som är avsedd för att i detalj simulera ett specifikt förhållande också blir känsligare för störningar i indata. Enkelheten i den framtagna modellen medger flexibilitet att lätt kunna anpassas till en lämplig ansats för olika utsläppssituationer. Eftersom modellen beräknar ett rumsmedelvärde för varje segment så kan man exempelvis kompensera för effekten av olika dispersiva spridningsmekanismer genom att t.ex. öka spridningsvinkeln utöver vad som teoretiskt beräknas gälla för en viss konstant strömhastighet och utsläppsflöde.

6.3 FÖRSLAG TILL VIDAREUTVECKLING

6.3.1 Utökat rörelsemängdsvillkor

Som modellen fungerar i nuläget så bevaras rörelsemängden i den meningen att transportriktningen i avloppsvattenplymen bestäms av den sammanlagda rörelsemängden hos flödet i plymen och det infiltrerande flödet. Dock bevaras inte rörelsemängden mellan segmenten utan i normalfallet sker det en liten nettoförlust av rörelsemängd mellan två segment. Detta kan anses vara helt i sin ordning eftersom rörelsemängden i utsläppsflödet och infiltrationen från omgivande vattenströmmar skapar turbulens som efterhand förlorar sin energi.

Rörelsemängdsförlusten per tidsenhet ΔP_i^k mellan segment k och $k + 1$ ges av

$$\Delta P_i^k = \frac{\rho_o(Q_i^k + Q_y^k)^2}{\Delta r(k+0,5)h\theta} - \frac{\rho_o(Q_i^k)^2}{\Delta r(k-0,5)h\theta} - \frac{\rho_a(Q_y^k)^2}{s^k} \quad (44)$$

Nära utsläppspunkten och med en liten spridningsvinkel (låga värden på k och θ) i kombination med att vinkeln mot strömmen är stor (stor projekterad area s^k) så kan ΔP_i^k bli ett positivt värde dvs. det sker en nettovinst av rörelsemängd mellan två segment. För att undvika att detta sker och för att generellt sett få en bättre rörelsemängdshantering i modellen så bör man låta ett rörelsemängdsvillkor påverka spridningsvinkeln θ . Ökar man spridningsvinkeln så blir rörelsemängdsförlusterna i avloppsvattenplymen större och tvärtom när θ minskas. Villkoret bör utformas så att man för varje segment beräknar rörelsemängdsöverskottet I^k i avloppsvattenplymen relativt rörelsemängden av det flöde som den omgivande havsströmmen ger upphov till vid ström genom en lika stor area som tvärsnittet av segmentet ($b_s^k h$).

$$I^k = \frac{\rho_o}{\rho_a b_s^k w_s^k} \left(\frac{Q^k}{u h} \right)^2 - 1 \quad (45)$$

I detta fall används båglängden och bredden vid slutet av segmentet. b^k är alltså båglängden i mitten av segment k och används vid beräkning av temperatur och rörelsemängdens inverkan på plymens transportriktning. b_s^k är båglängden i slutet av segmentet och används för beräkningen av I^k .

Eftersom θ^k varierar så kan båglängden inte beräknas som tidigare. θ^k är alltså spridningsvinkel från föregående segment. Först beräknas bredden av plymen w_s^k vid slutet av segmentet.

$$w_s^k = w_s^{k-1} + 2\Delta r \sin\left(\frac{\theta^k}{2}\right) \quad (46)$$

Där $w^0 = 0$, och θ^1 är indata till modellen.

$$\begin{aligned} b_s^k &= \frac{\theta^k w_s^k}{2 \sin\left(\frac{\theta^k}{2}\right)} = \frac{\theta^k \left(w_s^{k-1} + 2\Delta r \sin\left(\frac{\theta^k}{2}\right) \right)}{2 \sin\left(\frac{\theta^k}{2}\right)} \\ &= \frac{\theta^k w_s^{k-1}}{2 \sin\left(\frac{\theta^k}{2}\right)} + \theta^k \Delta r \end{aligned} \quad (47)$$

För mycket små spridningsvinklar gäller att $b_s^k = w_s^k$ (För b^k görs motsvarande beräkning men man utgår istället från bredden av plymen i mitten på segmenten.)

Problemet består nu i att finna en spridningsvinkel θ^{k+1} , sådan att $I^{k+1} = I^k A$ där $A \leq 1$ är en konstant som har kalibrerats fram och som avgör hur stor del av rörelsemängdsöverskottet som avloppsvattenplymen skall tappa per längdenhet. Rörelsemängdsöverskottet I^k kommer alltså att gå mot noll och när $I^k = 0$ så är också $\theta^k = 0$. Observera att θ^k är spridningsvinkeln från föregående segment. Att $\theta^k = 0$ innebär alltså en konstant plymbredd. (Rörelsemängdsöverskottet I^k kan teoretiskt bli mindre än noll i det första segmentet om man använder ett mycket litet avloppsvattenflöde som indata. I dessa fall bör alltså modellen korrigeras genom att också sätta spridningsvinkeln till noll för nästkommande segment.)

Möjligen kan θ^{k+1} beräknas med:

$$\theta^{k+1} = \frac{2Q^{k+1} \sin\left(\frac{\theta^k}{2}\right)}{\left(w_s^k + 2\Delta r \sin\left(\frac{\theta^k}{2}\right) \right) \sqrt{A \left(\frac{2Q^k \sin\left(\frac{\theta^k}{2}\right)}{\theta^k w_s^k} \right)^2 + (uh)^2 (1-A)}} \quad (48)$$

I uttrycket ovan har θ^{k+1} approximerats med θ^k i två av sinustermerna samt vid beräkningen av Q^{k+1} används θ^k istället för θ^{k+1} . Vid slutet av uppdateringen för varje segment så skulle alltså θ^{k+1} beräknas. Det återstår att undersöka hur det föreslagna uttrycket fungerar med avseende på stabilitet. Möjligen krävs att man använder någon typ av implicit metod.

6.3.2 Förbättrad grafisk presentation av resultat

Den funktion som ger en grafisk presentation av simuleringsresultaten kan i nuvarande utförande inte rita plymer där vinkeln mot strömmen varierar. Detta är därför ett angeläget utvecklingsområde. Idealet vore att funktionen kunde rita avloppsvattenplymer som är orienterade i rätt led och i given skala så att de direkt kan överlagras på ett kartblad eller flygfoto. Figur 22 är ett exempel på hur en sådan bild skulle kunna se ut. Om sådana bilder kunde genereras direkt ifrån användargränssnittet så skulle det gå mycket snabbt och enkelt att presentera simuleringsresultat på ett överskådligt sätt.

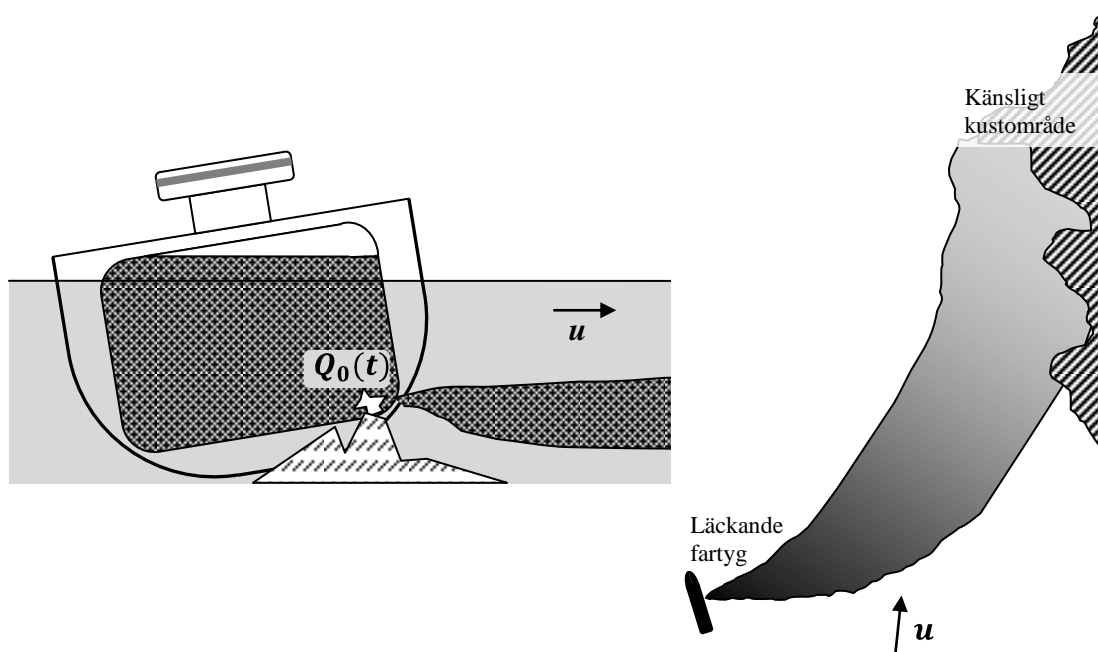
6.3.3 Tidsberoende simuleringar

I modellen finns stöd för att utföra tidsberoende simuleringar där indata till modellen varierar över tid. Det är framförallt variation av utsläppsflöde och strömhastighet, -riktning som är aktuellt. Dock så har det inom ramen för examensarbetet inte funnits utrymme att utföra en sådan simulering. Det vore intressant att undersöka hur väl modellen klarar tidsberoende simuleringar och vidare utveckla modellen för denna typ av tillämpningar.

Ett tänkbart scenario att simulera kan vara ett läckage från ett tankfartyg på grund i en farled. Utsläppsflödet får då styras av volymen vätska, viskositet, hydrostatiskt tryck och en uppskattning av storleken på hålet i den skadade tanken.

Simuleringen skulle t.ex. kunna vara en del av en miljöriskbedömning där man vill undersöka ett hypotetiskt scenario (worstcase-scenario) med en sjöfartsolycka i närheten av en särskilt känslig kuststräcka. Man skulle kunna anta att det råder ogynnsamma strömförhållanden i området, alternativt att utsläppet når ytan och driver in mot kusten. Resultatet av simuleringen skulle ge utsläppets utbredningsområde, hur lång tid det tar för plymen att nå kusten, samt den högsta koncentrationen man kan förvänta sig i det känsliga området.

Vid tidsberoende simulering skulle man även kunna använda frekvensfunktioner för strömförhållanden så att indata för strömriktning och hastighet t.ex. blir som figur 23 visar.



Figur 26. Exempel på tänkbar tidsberoende simulering: Läckage från tankfartyg

6.3.4 Vertikal utspädning

I de fall där stighöjden är mycket större än plymtjockleken så bör den vertikala utspädningen som beskrivs av ekvation (1), tas med i beräkningen. Denna utspädning skall fördelas över sträckan fram till punkten där avloppsvattenplymen nått sin maximala stighöjd.

6.4 SLUTSATSER

Det återstår fortfarande en del arbete innan modellen kan betraktas som färdigutvecklad och grundligt validerad. Resultaten av de tester som hittills gjorts av modellen visar på god tillförlitlighet och användbarhet. Resultaten uppmuntrar även till fortsatta studier av modellen användnings- och utvecklingspotential.

I avsnitt 6.3 nämns några punkter som framstår som särskilt angelägna för fortsatt utvecklingsarbete. Det utökade rörelsemängdsvillkoret (6.2.1) innebär en koppling mellan spridningsvinkel, flöde och strömhastighet, genom hela simuleringsområdet, något som nu saknas. Den grafiska presentationen av resultaten är också viktig eftersom modellens nisch är att snabbt kunna åstadkomma översiktliga resultat. För att enkelt kunna presentera resultat från simuleringar där avloppsvattenplymens transportriktning inte är konstant, så bör den grafiska presentationen utvecklas så att avloppsvattenplymen kan ritas skalenligt överlagras på ett kartblad, flygfoto, eller satellitbild. Fortsatt utveckling av tidsberoende simulering med variationer i indata är också ett intressant område.

7. REFERENSER

Fischer H. B., List J. E., Koh R. C., Imberger J., Brooks N. H., (1979). "Mixing in inland and coastal waters." Academic Press (New York).

Lindeström L., (1990). "Det skogsindustriella avloppsvattnets spridning i Skoghallsverkens recipientområde." Miljöforskargruppen Rapport F90/016.

Malmaeus, M., (2006). "Spridning av avloppsvatten från Skoghalls bruk." Ångpanneföreningen (Uppsala).

Roberts P. J. W., Snyder W. H., Baumgartner D. J., (1989a). "Ocean Outfalls. I: Submerged Wastefield Formation." Journal of Hydraulic Engineering, Vol.115, No.1, s. 1-25.

Roberts P. J. W., Snyder W. H., Baumgartner D. J., (1989b). "Ocean Outfalls. II: Spatial Evolution of Submerged Wastefield." Journal of Hydraulic Engineering, Vol.115, No.1, s. 26-48.

Roberts P. J. W., Snyder W. H., Baumgartner D. J., (1989c). "Ocean Outfalls. III: Effect of Diffuser Design on Submerged Wastefield." Journal of Hydraulic Engineering, Vol.115, No.1, s. 49-70.

SMHI, (1968). "Hydrologiska undersökningar i Vänern med anledning av planerade förändringar i avloppsvattenutsläppen från Skoghallsverken." SMHI, (Stockholm), 12 sid.

SMHI, (1977). "Undersökning rörande inverkan på Pukaviksbukten av kylvattenutsläpp från Karlshamnsverket." Växjö tingsrätt, vattendomstolen. SMHI (Norrköping).

Wörman A., (1998). "Beräkningen av temperaturförändringen i vattendrag nedströms om ett varmvattenutsläpp." Institutionen för geovetenskaper, Uppsala Universitet, stencil, 5 sid.